

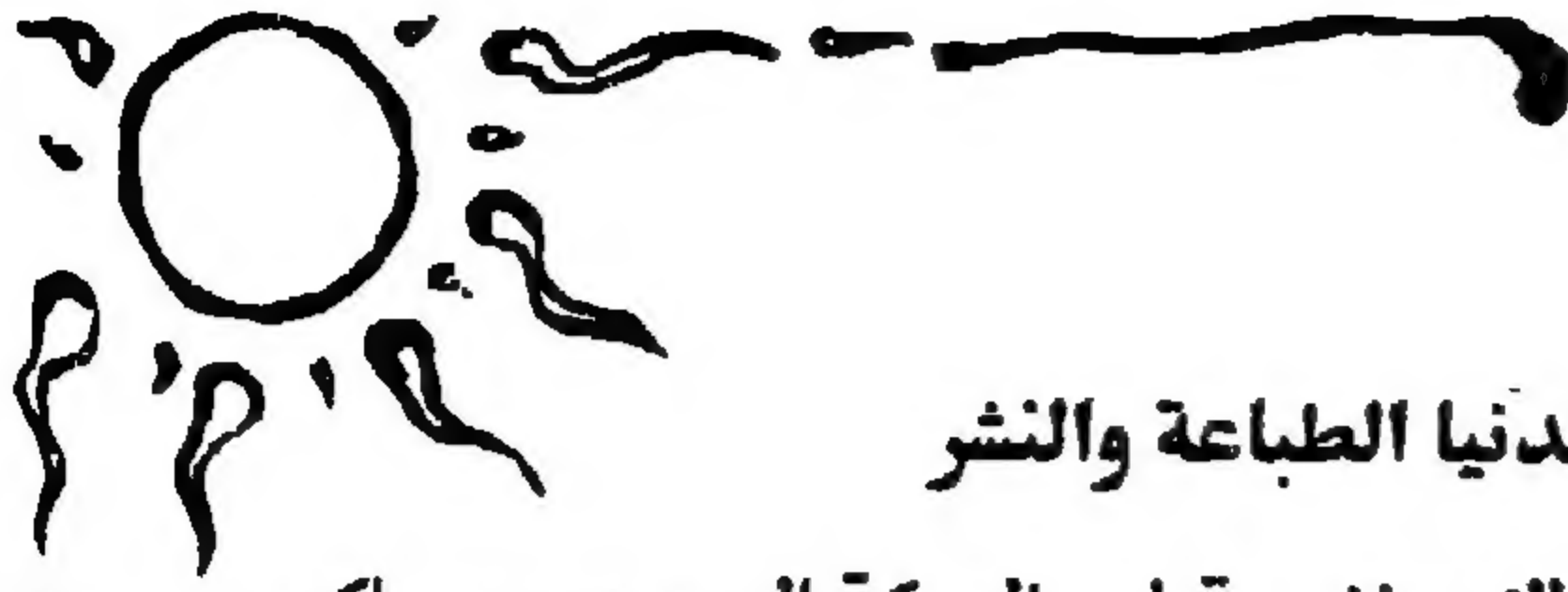
المنطق الرمزي نشأته وتطوره

دكتور
محمود فهمي زيدان



المنطق الرمزي

نشأته وتطوره



الناشر: دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر

العنوان: بلوك ٣ ش. ملك حفنى قبلى السكة الحديد - مساكن
درباله - فيكتوريا - الإسكندرية.

تليفاكس: ٥٢٧٤٤٣٨ / ٠٠٢٠٣ (٢ خط) - موبايل / ٠١٠١٢٩٣٢٣٣

الرقم البريدى: ٢١٤١١ - الإسكندرية - جمهورية مصر العربية.

E- mail

dwdpress@yahoo.com

dwdpress@biznas.com

Website

[http:// www.dwdpress.com](http://www.dwdpress.com)

عنوان الكتاب: المنطق الرمزي نشأته وتطوره

المؤلف: د. محمود فهمى زيدان

رقم الإيداع: ١٥٨١٥ / ٢٠٠٩

الترقيم الدولى: 1- 195- 327 - 977



المنطق الرمزي

نشأته وتطوره

دكتور

محمود فهمي زيدان

أستاذ بكلية الآداب - جامعة الإسكندرية

تصدير

د. محمد فتحي عبد الله

أستاذ الفلسفة اليونانية

كلية الآداب - جامعة طنطا

الطبعة الثانية

٢٠١٠/٢٠٠٩ م

الناشر

دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر

تليفاكس: ٥٢٧٤٤٣٨ - الإسكندرية

شكر وتقدير

أتقدم إلى السادة

الأستاذ الدكتور إبراهيم مدكور

والأستاذ الدكتور زكى نجيب محمود

والأستاذ الدكتور محمد ثابت الفندى

بأوفر الشكر على ما منحونى من وقت فى قراءة مخطوط هذا الكتاب، وعلى ما تفضلوا به من ملاحظات قيمة واقتراحات حكيمة سواء إن كانت فى تاريخ المنطق أو فى نظرياته، والتي لولاها ما جاء هذا الكتاب على النحو الذى أقدمه للقراء، وإن تشجيعهم ليفوق كل تعبير.

د. محمود فهمى زيدان

تصدير

يشرفنى أن أقدم للباحثين الطبعة الخامسة لكتاب:- المنطق الرمزى نشأته وتطوره لأستاذى الجليل المرحوم الأستاذ الدكتور / محمود فهمى زيدان. ويعد هذا الكتاب من أوائل المؤلفات العربية فى المنطق الرمزى، عرض فيه صاحبه للمراحل الأربع الرئيسية لنشأة المنطق الرمزى وتطوره. وأشار المؤلف فى هذا الكتاب إلى أن المرحلة الرابعة ليست نهاية المطاف - بل أعقبها مرحلة أخرى تسمى بمرحلة الأنساق المعاصرة، ولم يعرض لها المؤلف فى كتابه.

وقد قمت بتدريس هذا الكتاب قرابة العشرين عاما. ودرس لى المؤلف مادته أثناء مرحلة دراستى الجامعية. وقبل أن يظهر كتابه إلى النور. وأتمنى أن يمتد بى العمر حتى أقدم للباحثين طبعات جديدة لبقية مؤلفات أستاذنا الراحل.

* أما عن المؤلف فهو غنى عن التعريف، فهو أحد الأساتذة العظام الذين درسوا لجيلى. وقد تميز بمؤلفاته المتفردة الأصيلة فى موضوعها ومنهجها وأبرزها ما يلى:-

- ١- وليم جيمس.
- ٢- الأستقراء والمنهج العلمى وقد نال عنه جائزة الدولة التشجيعية عام ١٩٦٦م.
- ٣- كنط وفلسفته النظرية.
- ٤- المنطق الرمزى نشأته وتطوره.
- ٥- مناهج البحث الفلسفى.
- ٦- فى النفس والجسد.
- ٧- من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية.
- ٨- فلسفة اللغة.

٩- نظرية المعرفة عند مفكرى الإسلام وفلاسفة الغرب المعاصرين.

١٠- مناهج البحث فى العلوم الطبيعية المعاصرة.

كما أنه نقل إلى الانجليزية كتاب الأسس المنطقية للاستقراء. لمعمد باقى الصدد وذلك بثوصية من المؤلف.

كما نقل إلى العربية المسائل الرئيسية فى الفلسفة لألفرد أير.

-وكانت لى بمؤلف هذا الكتاب صلات طيبة. منذ أن كنت طالباً فى المرحلة الجامعية واستمرت حتى وفاته رحمه الله. فقد شاركنى أفراحى وأحزاني وشارك فى مناقشة رسالتى للماجستير وأشرف على رسالتى للدكتوراه. وراجع كل بحوثى التى نشرت حتى تاريخ وفاته ١٣/٥/١٩٩٥م. جزاه الله عنى وعن الباحثين خير جزاء.

-وأخيراً. أتقدم بخالص الشكر والتقدير لكل من عاوننى فى مراجعة هذه الطبعة لهذا المؤلف المتميز وأخص بالذكر الزميل الدكتور/ مدحت نظيف والباحث/ محمد رزق موسى والأخ/ محمد عبد الواحد.

أ.د./ محمد فتحى عبد الله

محتويات الكتاب

٧

تصدير

١٣

مقدمة

الباب الأول

فجر المنطق الرمزي

١٩

الفصل الأول : المنطق الرمزي وخصائصه
المنطق الرمزي وتعريفه، خصائص المنطق
الرمزي

٢٧

الفصل الثاني : أرسطو والمنطق الرمزي
أرسطو والمتغيرات، أرسطو والثوابت، أرسطو
والمنطق كنسق استنباطي، أرسطو ولو كاشيفتش،
خاتمة

٣٩

الفصل الثالث : المنطق الميغاري والرواقى
مقدمة، منطق الشرطيات قبل الميغارين، فيلون
والقضية الشرطية، الرواقيون والقضايا المركبة،
كريسيس والنسق الاستنباطي، خاتمة.

٥٢

الفصل الرابع : لينتزر رائد المنطق الرمزي
مقدمة، الأصناف، طوابع النسق الاستنباطي،
النسق الاستنباطي، خاتمة وملاحظات على
محاولات لينتزر.

٦٧

الفصل الخامس : دى مورجان رائد نظرية العلاقات
مقدمة، نظرية العلاقات، خواص العلاقات، قانون
دى مورجان، خاتمة.

الباب الثاني

شروق المنطق الرمزي

٧٩

الفصل السادس : جورج بول مؤسس نظرية الأصناف
مقدمة، جبر الأصناف والمنطق الرمزي، جبر
الأصناف والقضية الحملية، قوانين جبر
الأصناف، خاتمة.

١ - ستانلي جيفونز

مقدمة، الاستدلال غير المباشر، الآلة
المنطقية، تصحيح بول

٢ - تشارلز بيرس

مقدمة، القضية الحملية والتضمن،
الاستدلال الحملية ودالة القضية، جبر
الأصناف والاحتواء، من جبر الأصناف إلى
حساب القضايا، منطق العلاقات، خاتمة.

الباب الثالث

ضحى المنطق الرمزي

١١١ الفصل الثامن : المنطق الرمزي وتطور الرياضيات

علم الهندسة والنسق الاستنباطي، علم الحساب
والنسق الاستنباطي.

١١٩ الفصل التاسع : بيانو والمنطق الرمزي

مقدمة، المصطلح الرمزي، النسق الاستنباطي،
خاتمة.

١٣٣ الفصل العاشر : منطق فريجه (١)

القضايا والدلالات:

مقدمه، أخطاء القضية الحملية، اسم العلم
والمحمول، قضية الهوية، القضية الكلية والجزئية
والتسوير، القضية الوجودية، الدالة، الدالة
والقضية.

١٥٣ الفصل الحادي عشر : منطق فريجه (٢)

المنطق نسق استنباطي:

مقدمة، المصطلح الرمزي، النسق الاستنباطي.

١٦١ الفصل الثاني عشر : منطق فريجه (٣)

نظرية المعنى والإشارة

اسم العلم، القضية، اسم الدم المركب،
ملاحظات، خاتمة.

الباب الرابع ظهر المنطق الرمزي

١٧٥ الفصل الثالث عشر: منطق رسل ووايتهد (١)
القضايا وأنواعها:

مقدمة، المنطق وموضوعه، القضية، القضية
الذرية، الحمل، المتغيرات والثوابت، دالة
الصدق والقضية المركبة، القضية العامة، القضية
العامة عمومية تامة، قوانين ونظرية المواضعة،
نقد نظرية المواضعة.

٢٠٩ الفصل الرابع عشر: منطق رسل ووايتهد (٢)
نظرية حساب القضايا:

مقدمة، الاستنباط، الأفكار الأولية والتعريفات،
القضايا الأولية، قضايا أخرى هامة، قواعد
الاستدلال، حساب القضايا بعد برنكيبا.

٢٢٥ الفصل الخامس عشر: منطق رسل ووايتهد (٣)
نظرية دالة القضية:

مقدمة، تعريف دالة القضية، مجال قيم الدالة،
المصطلح الرمزي لحساب الدالات، دالة القضية
والقضية الحملية، دالة القضية الوجودية، القضية
الوجودية والقضية الشخصية.

٢٣٧ الفصل السادس عشر: منطق رسل ووايتهد (٤)
النظرية الوصفية:

مقدمة، نظرية مينونج، الوصف الغامض، الوصف
المحدد واسم العلم، الوصف المحدد ودالة
القضية، الوصف المحدد والرمز الناقص.

٢٥٣ الفصل السابع عشر: منطق رسل ووايتهد (٥)
نظرية حساب الأصناف

مقدمة، الصنف ودالة القضية، الصنف والرمز
الناقص، المصطلح الرمزي، التعريفات، قضايا
مشتقة.

مقدمة العلاقات

مقدمة، منطق العلاقات عند بيرس وشرويدر. ما العلاقة، أهم تصورات العلاقة، أنواع العلاقات، نظرة عامة على جهود رسل وأصحاب البرنكيا في المنطق.

المصطلح الرمزي، النسق الاستنباطي (الأكسيوماتيك)، القضية، حساب القضايا، حساب المحمول (حساب دالات القضايا)، حساب الأصناف، حساب العلاقات. ثبت بالأسماء والموضوعات الواردة. ترجمة المصطلحات المنطقية الواردة. أهم مراجع البحث.

مقدمة

١- أ- حين نقرأ كتاباً في المنطق الرمزي نجده يتناول نظريات رئيسة أربعة: حساب القضايا، وحساب المحمول، وحساب الأصناف، وحساب العلاقات، ويعرض موضوع كل نظرية وعناصرها ومصطلحها الرمزي وقوانينها، لكنه لا يذكر صاحب هذه النظرية أو تلك أو صاحب هذه الفكرة أو تلك من أفكار تلك النظريات. ليس كتابنا كتاباً في المنطق الرمزي بالمفهوم السابق، وإنما موضوعه دراسة تاريخية تتبع تلك النظريات الأربعة نشأة وتطوراً وترابطها بأعلامها؛ حينئذ يمكن لقارئ أي كتاب في المنطق الرمزي أن يرد كل فكرة من أفكاره الأساسية إلى مصادرها.

ب - قسمنا كتابنا أبواباً أربعة، تمثل حلقات أربعة في نشأة المنطق الرمزي وتطوره. كان مبدؤنا الموجه في التمييز بين تلك الحلقات هو مدى تحقيق خصائص ذلك المنطق - كما نعرفه اليوم - وهي استخدامه الرموز، وأنه نسق استنباطي، ومقدار النظريات المقدمة في كل حلقة. وضعنا في الحلقة الأولى أعمالاً منطقية بدأت ولم تتم - من وجهة نظر المنطق الرمزي في صورته المتطورة - وتمثلت في المنطق الأرسطي، والمنطق الرواقى، ومواقف ليبنتز ودي مورجان المنطقية. لقد استخدم أرسطو بعض أنواع الرموز لا كلها، كما تعتبر نظريته في القياس - وهي محور منطق - محاولة أولى لما سمي من بعد (نظرية الأصناف). توسع الرواقيون في استخدام الرموز أكثر مما جاء به أرسطو،

وأدركوا إمكان إقامة المنطق نسقا استنباطيا، كما وضعوا أسس منطق الشرطيات، مما سوف يصبح فيما بعد جزءا من (نظرية حساب القضايا). وقدم لينتز محاولة ثانية لإقامة نظرية الأصناف، كما قدم دي مورجان محاولة أولية لنظرية العلاقات.

ح- تناولنا في الحلقة الثانية جهود بول وبيرس وشرويدر، وضع بول المبادئ الأساسية لنظرية حساب الأصناف على نحو يختلف عما قدمه التقليديون حيث صاغ نظرية الأصناف في لغة قوامها رموز علم الجبر وتصوراته الأساسية كما أراد إقامة علم جبر منطقي؛ ومن ثم يعتبر بول مؤسس المنطق الرمزي. ولقد سار بيرس وشرويدر على درب بول، وسدا بعض أوجه النقص في نظريتهما واستطاعا أن يطورا نظرية العلاقات على نموذج جبر الأصناف. واكتفينا في هذه الحلقة بذكر بعض تفصيل لمواقف بول وبيرس دون شرويدر، لأن الأخير الذى دار فى فلك بول لم يوقفنا عن التماس الحلقة الثالثة التى طورت عمل جورج بول.

د - تناولنا فى الحلقة الثالثة جهود فريجه وبيانو. وضع الأول أصول نظريتي حساب القضايا وحساب المحمول، على نحو لم يحلم به أصحاب جبر الأصناف؛ وبالرغم من أنه وضع نظرياته المنطقية فى نسق استنباطى محكم على نموذج الهندسة والحساب، فإنه خلاصها من أى أفكار رياضية مما كان مألوفا فى الحلقة واستبدل بها أفكارا منطقية خالصة. ولقد ساهم بيانو فى إقامة نفس الأفكار والنظريات بنصيب موفور.

هـ - تناولنا فى الحلقة الرابعة جهود رسل ووايتد اللذين أخذوا اتجاه فريجه - بيانو وطورا أفكارهما ونظريتهما، كما طورا نظريات السابقين جميعا فى نسق

صوري محكم. وغنى عن البيان أن حلقة رسل - وايتهد ليست نهاية المطاف في تطور المنطق الرمزي وإنما قام أعلام معاصرون بتطوير تلك الحلقة مثل لوكاشيفتش وهلبرت وتشيرش وكواين وآخرون، مما لم نتعرض لهم، تاركين دراسة أنساقهم المتباينة لمن شاء أن يعكف عليها.

٢ - ترتبط نشأة المنطق الرمزي وتطوره ارتباطا وثيقا بموضوعين حاولنا تفاعدي البحث المفصل فيهما: المنطق التقليدي، وفلسفة الرياضيات. أما المنطق التقليدي فهو الصفحة الأولى من صفحات المنطق الصوري، بينما المنطق الرمزي ثاني صفحاته، وهو أيضا تصحيح وتطوير للمنطق التقليدي. ولكن كتب في هذا ما لا يسمح بزيادة لمستزيد، ومن ثم لم نتعرض له إلا بالقدر الذي يسمح لنا بمقارنته بالمنطق الرمزي.

وأما فلسفة الرياضيات فموضوع نشأ وتطور مع نشأة المنطق الرمزي وتطوره، وهو مبحث في طبيعة العلوم الرياضية ومناهجها ومعيار صحة نظرياتها، وهو أيضا مبحث في رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية بحتة أو ردها جميعها إلى تصورات أكثر منها سبقا. فلسفة الرياضة مرتبطة بالمنطق الرمزي من جهتين: إن التفكير في إقامة الأولى هو الذي أثار البحث في إقامة الثانية، وأن تطوير الثانية هو الذي ساعد على تدعيم الأولى، ومع هذا تفادينا موضوع فلسفة الرياضة هنا، لأنه جدير بدراسة مستقلة.

د. محمود فهمي زيدان

الباب الأول

فجر المنطق الرمزي

الفصل الأول

المنطق الرمزي وخصائصه

٣- المنطق الرمزي وتعريفه:

أ - يسمى المنطق الرمزي Symbolic Logic بأسماء عدة: لوجستيقا Logistic أو (جبر المنطق) Algebra of Logic، أو المنطق الرياضي، أو المنطق الصوري، وكلها عبارات مترادفة ويسمى المنطق الرمزي لأن لغته الرموز لا الكتابة والحديث: وليس معنى هذا أنه يسمى رمزيا لمجرد استخدامه رموزا، فإن هنالك علوما تستخدم الرموز ولا نسميها المنطق الرمزي، كعلم الجبر مثلا؛ واستخدام الرموز شرط ضروري لإقامة هذا المنطق، لكنه شرط غير كاف ليكون رمزيا، بل يجب - إلى جانب استخدام الرموز - أن يدرس العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما، والعلاقات المختلفة التي تربط بين عدة قضايا، ووضع القواعد التي تجعل من القضايا التي يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائما. وترجع تسمية المنطق الرمزي باللوغستيقا إلى إتلسن Etelson ولا لاند Lalande وكوتيرا Couturat في المؤتمر الدولي للفلسفة بباريس عام ١٩٠٤؛ لكننا نلاحظ أن الكلمة كانت مستخدمة من قديم، فقد استخدمها الفيثاغوريون للدلالة على جداول يجد فيها الحاسبون نتائج العمليات الحسابية دون جهد، وتذكرنا

بجداول اللوغاريتمات اليوم، وقد استخدم لينتزر الكلمة كمرادفة لعبارتى (المنطق الرياضى) و (حساب البرهنة) Calculus Ratiocinator؛ ونلاحظ أيضا أن (لوجستيقا) لم تستخدم فقط للدلالة على المنطق الرمزى؛ وإنما استخدمت أيضا للدلالة على اتجاه رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة^(١). وفى القرن التاسع عشر سمى المنطق الرمزى أيضا (جبر المنطق)، وترجع هذه التسمية إلى جورج بول الذى جعلها اسما لنظريته فى جبر الأصناف، ثم استخدمها بيرس وشرويدر للدلالة على نظريات المنطق الرمزى كلها، حيث صيغت جميعها على نموذج جبر الأصناف. ويسمى المنطق الرمزى كذلك (المنطق الرياضى) وبيانو أول من استخدم هذا التعبير، وكان يعنى به نوعين من البحث: كان يعنى أولا صياغة المنطق الجديد صياغة تستخدم الرموز والأفكار الرياضية، ويعنى بها ثانيا البحث فى رد الرياضيات إلى المنطق؛ وكان يسمى هذا البحث الثانى أيضا: (فلسفة الرياضة)^(٢). وسمى المنطق الرمزى أخيرا (المنطق الصورى)

(١) انظر ما كتبه تشرش A. Church عن كلمة لوجستيقا فى: The Dictionary of philosophy ed. By D.D. Runes London, 1945, p. 182.

S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, Methuen London, 2nd ed . 1933, p. xiii

وأيضا محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٩ ص ١٠٥-١٢٦.

(٢) انظر: P. H. Nidditch, The Development of Mathematical Logic, Kegan Paul London, 1962, pp. 59-60, 73-4.

حيث يراد له أن يكون أكثر صورية مما أتى به أرسطو، ونجد هذه التسمية بنوع خاص عند رسل^(٣).

ب- للمنطق الرمزي عدة تعريفات، وأفضلها ما اشتمل على بيان موضوعه؛ وموضوع هذا المنطق هو الاستدلال inference^(٤). والاستدلال هو الانتقال من قضية أو أكثر (ونسُميها مقدمة أو مقدمات) إلى قضية أخرى (ونسُميها نتيجة)، وترتبط المقدمات برابط معين بحيث إذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة. والاستدلال ضربان: استنباطي deduction أو استقرائي induction، ويعنينا هنا الأول وهو الذي ترتبط فيه المقدمات بالنتيجة بعلاقات منطقية أهمها علاقة التضمن implication^(٥).

٤- خصائص المنطق الرمزي:

أ - للمنطق الرمزي خاصتان أساسيتان: أنه يستخدم الرموز، وأنه نسق استنباطي والرموز التي يستخدمها المنطق الرمزي نوعان: متغيرات Variables وثوابت Constants، وهما مستعاران من الرياضيات ومن علم الجبر بنوع خاص. المتغيرات حروف لغوية لا ترمز في ذاتها إلى شيء محدد، ولكن يمكننا إعطاءها قيمة محددة، وحينئذ نسمى هذه القيمة (قيمة المتغيرات). نقول الحرف (س) في التعبير (س^٢) إنه متغير، ويمكننا إعطاؤه قيمة عددية محددة إذا ورد في تعبير مثل (س^٢ = ٤). وتصاغ قوانين الجبر جميعا في صورة متغيرات وثوابت، خذ القانون

(٣) B. Russell, the Principles of Mathematics, 2-nd, ed 1937, p. 10.

(٤) Ibid., p. 11

(٥) Stebbing, op. Cit., pp. 212, 221.

(أ + ب) = أ' + ٢أب + ب' نقول عن الحروف أ و ب إنها متغيرات، وعن علامات الإضافة والمساواة والأس والضرب والقسمة .. إلخ إنها ثوابت. إذا أعطينا الحرف (أ) أى قيمة عددية والحروف (ب) أى قيمة عددية أخرى، وظلت القيمة ثابتة في كل تعويض، كانت المعادلة السابقة صادقة دائما ولقد أراد المنطق أن يضع القضايا والاستدلالات فى صورة رمزية: فيرمز إلى كل حد من حدود القضية برموز، والرموز هنا متغيرات. خذ أمثلة (كل أ يكون ب)، (إذا كان أ هو ب، فإن أ يكون د)، (كل أ يكون ب، كل ب يكون أ إذن كل أ يكون ب)، (إذا كان أ هو ب، كان أ هو د، لكن أ ليس د، إذن أ ليس ب). نلاحظ أن الحروف السابقة متغيرات الحدود، وأن الصيغ السابقة تعبيرات شبه رمزية عن صور القضية الحملية والشرطية المتصلة والقياس الحملية والقياس الشرطية المتصل على التوالى ويمكن صياغة الاستدلال بحيث يرمز المتغير إلى قضية بأكملها دون تمييز بين حدودها، مثلما نقول: (إذا كان أ، حينئذ ب، لكن لا ب، إذن لا أ)؛ تلك صيغة شبه رمزية لقياس شرطى متصل.

ب- نقول عن الصور السابقة إنها صيغ شبه رمزية لأننا رمزنا إلى الحدود أو القضايا، لكننا لم نضع الثوابت فى لغة رمزية. الثابت فى المنطق هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التى تربط بين قضيتين بسيطتين، تتألف منهما قضية مركبة Compound statement؛ (الشباب طموح) قضية بسيطة، بينما (الشباب طموح والإنتاج مزدهر) قضية مركبة؛ نسمى واو العطف هنا ثابتا منطقيا؛ والثوابت عديدة

منها: (و)، (إما... أو)، (إذا.... حينئذ) إلخ. يضع المنطق الرمزي رموزا للشوابت، كما يضع رموزا للألفاظ الدالة على السور فى القضية وسنعرض له فيما بعد.

ح- الخاصة الثانية للمنطق الرمزى أنه نسق استنباطى. الهندسة الإقليدية أقدم نموذج عرفته الإنسانية للعلم الاستنباطى، ويتألف هذا النسق من العناصر التالية (١) قائمة التعريفات: وتشمل تعريف الألفاظ المستخدمة فى الهندسة كالنقطة، والخط المستقيم، والسطح المستوى، والزاوية، والزاوية القائمة، والمثلث، والمربع... إلخ. ليست هذه التعريفات قضايا ومن ثم لا توصف بصدق أو كذب، إنما أراد لنا إقليدس Euclides (٢٣٠ - ٢٧٥ ق.م) أن نتفق على البدء بها وقبولها.

(وهناك) عدد محدود من قضايا سماها إقليدس {أفكارا عامة Common notions، وتسميت عند أرسطو ومن بعده (مبادئ) axioms؛ ولقد رأى إقليدس أن هذه الأفكار العامة قضايا واضحة بذاتها وأن فى إنكارها تناقضا ويرجع اعتقاده فى وضوح تلك الأفكار العامة إلى أنه بالرغم من أن الهندسة عنده علم صورى لا علاقة له بالخبرة الحسية، فإنها صادقة على طبيعة المكان الفيزيائى ولقد أراد إقليدس أن يقول بعبارة أخرى إنه بالرغم من أن الأفكار العامة ليست مشتقة من العالم المحسوس فإنها تجد تطبيقا لها فى ذلك العالم. وهاء أمثلة لأفكاره العامة: المساويان لثالث متساويان، الكل أكبر من الجزء، الأشكال المتطابقة متساوية. (٣) المصادرات Postulates قضايا أقل وضوحا من الأفكار العامة، ومن ثم تتطلب برهاننا، ولكن إقليدس طالبنا بالتسليم بصدقها بلا برهان، لأن طلب البرهان عليها يعوق تقدم العلم. أرادنا أن نسلم بها منذ البدء، طالما أنه يمكننا أن نستنبط منها قضايا تتناقض معها ولا تتناقض فيما بينها. ومن أمثلة مصادراته: من نقطة معينة

يمكن رسم أى خط مستقيم إلى أى نقطة أخرى، كل الزوايا القائمة متساوية^(٦). ويمكننا فى الهندسة الإقليدية الوصول إلى نظريات باستنباطها من تلك التعريفات والأفكار العامة والمصادرات؛ ويلزمنا للوصول إلى هذه النظريات - بالإضافة إلى العناصر الثلاثة السابقة - وضع مبادئ أخرى تسمى (قواعد الاستدلال). وقد استعان إقليدس بعدة قواعد نذكر منها القاعدتين التاليتين: (١) افترض أنه لا يمكن أن تصدق النتيجة أ والنتيجة ب معا، فإذا كانت أ كاذبة كانت ب صادقة، ولكن ب كاذبة، إذن أ صادقة. (٢) لا يمكن أن تكون القضايا أ وب - وحدها كاذبة، لكن ب تتضمن س الكاذبة، و - تتضمن ص الكاذبة، نستنتج أن أ صادقة^(٧) ونقول عن علم ما إنه نسق استنباطى إذا حوى عدد من التعريفات والمبادئ والمصادرات الواضحة الصريحة منذ البدء وبلا برهان، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريق الاستنباط الصورى المحكم من تلك البدايات، مستعينا بقواعد الاستدلال.

د- أراد المنطق الرمزى أن يكون نسقا استنباطيا بالمعنى السابق، مع بعض تغييرات اقتضاها تطوير الرياضيين والمناطق لطبيعة النسق الاستنباطى ومنذ منتصف القرن التاسع عشر رأى أصحاب المنطق الرمزى أنه يتألف المنطق - لكى يكون نسقا استنباطيا - من العناصر التالية: (١) أفكار أولية لا معرفة Primitive notions، وليست هذه مستحيلة التعريف، وإنما لكى نقدم تعريفات، يجب أن نبدأ بالفاظ لا

(٦) قارن: S. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice- Hall, Inc., -

Englewood cliffs, N. J., 1st ed., 1964, pp. 20-26-7

انظر أيضا: محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٤٤-٤٨؛ وأيضاً عبد الرحمن بدوى: مناهج

البحث العلمى، دار النهضة العربية، القاهرة ١٩٤٤، ص ٨٩-٩١.

(٧) L. W. H. Hull, History and Philosophy of Science. Longmans; London, 1959, p. 71.

تقبل التعريف، وإلا يكون التعريف مستحيلا. ليست لهذه الأفكار اللا معرفة ضرورة منطقية بأى معنى، وإنما هى اختيار تحكمى يدونه صاحب النسق للبدء به، ومن الممكن لصاحب نسق آخر أن يبدأ بلا معرفات مختلفة ومبدؤنا فى الاختيار هو البساطة فقط؛ نقول عن الفكرة أ أنها أبسط من الفكرة ب أو أن لها السبق المنطقى، إذا كنا نستعين بالأولى فى تعريف الثانية بينما لا تحتاج أ فى تعريفها إلى الفكرة ب (٢) قائمة التعريفات: تعريف الألفاظ التى نستخدمها فى بناء نظرية منطقية معينة، ونستعين باللامعرفات فى تلك التعريفات. (٣) مجموعة القضايا الأولية primitive propositions التى نبدأ بها بلا برهان؛ لا يفرق المنطق بين المبادئ والمصادر فكلهما قضايا أولية بلا تمييز. نلاحظ على هذه القضايا الأولية أنها لا توصف بأنها واضحة بذاتها أو ضرورية أو أن نقيضها مستحيل وإنما توصف فقط بأنها أكثر بساطة من غيرها بالمعنى السابق للبساطة، وأن إحداها لا تناقض الأخرى. (٤) يمكننا من تلك العناصر الثلاثة السابقة إقامة قضايا جديدة بطريق الاستنباط الصورى المحكم، مع الاستعانة ببعض قواعد الاستدلال^(٨).

(٨) قارن : Stebbing, op. Cit., pp. 175-180

الفصل الثانى

أرسطو والمنطق الرمزى

٥- مقدمة:

أشرنا إلى أن المنطق الرمزى منطق صورى، والمنطق التقليدى صورى كذلك ولقد أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدأ عليه المنطق التقليدى؛ ذلك يعنى أن المنطق التقليدى قطع شوطا فى إقامة صورية المنطق. لن نبحث هنا فى المنطق التقليدى، وإنما فى المنطق الأرسطى - وهو الأصل؛ فنبحث فى مدى ذهاب أرسطو فى صورية المنطق، وذلك بمعرفة المدى الذى ذهب إليه فى استخدام الرموز، واتخاذ النسق الاستنباطى منهجا لصياغة نظرياته.

٦- هل استخدم أرسطو المتغيرات؟

أ- كان أرسطو يتناول فى منطقهِ حدودا كلية universal terms مثل (إنسان)، حيوان، (حصان)، وكان يفترض أن هذه الحدود تدل على وجود واقعى محسوس لما يندرج تحتها من أفراد. ونلاحظ أنه لم يعط مكانا متميزا فى منطقهِ للحدود الشخصية Singular Terms مثل أسماء الأعلام، وذلك لأنه أراد لحدوده أن تستخدم كموضوعات أو محمولات على السواء فى القضايا ولا يستطيع الحد الشخصى أن يؤدى هذه الوظيفة، إذ يؤدى وظيفته كموضوع فقط. ونلاحظ

أيضا أن أرسطو تجاهل الحدود الفارغة، أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل (حصان مجنح) وما إلى ذلك⁽¹⁾.

ب- كان أرسطو حريصا على كتابة القضايا في صورة رمزية، إذ كان يضع حروف الهجاء كرموز للمتغيرات متغيرات وترمز إلى الحدود في القضية ومن المؤلف أن تعبر كتب المنطق التقليدي عن القضية الكلية الموجبة مثلا بالصيغة كل أ يكون ب، (All A is B)، لكن لم تكن هذه طريقة أرسطو في صياغتها؛ كان أرسطو يقدم المحمول على الموضوع من خلال صيغة معينة هي: ب محمول على كل أ (B is predicated of all A) أو (ب ينتمي إلى كل أ) (B belongs to all A)⁽²⁾. وكان أرسطو يصوغ القياس في صورة رمزية أيضا، لكنه لم يضعه في صورة استدلال بحيث يوضع القياس في ثلاثة أسطر متتابعة وأمام النتيجة علامة إذن، كما نألف في كتب المنطق التقليدي؛ (أن أول من استخدم هذا الرسم للقياس هو الإسكندر الإفروديسي Alexander of Aphrodisias في أواخر القرن الثاني وأوائل الثالث الميلادي) كان أرسطو يصوغ القياس في صورة قضية شرطية متصلة تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم وتعبّر النتيجة عن التالي: (إذا كان أ محمولا على كل ب، ب محمولا على كل ح فإن أ محمول على كل ح)⁽³⁾ يزداد استخدام أرسطو لمتغيرات الحدود حين يتحدث عن قوانين العكس conversion ونقض المحمول obversion عكس النقيض transposition: (إذا كان أ محمولا

(1) J. Lukasiewicz, Aristotle S, Syllogistic, etc 2nd ed. Oxford, 1957, pp. 607.

(2) Analytica priora, i. 5, 27a 5-10.

(3) An. Pr., i. 4, 25b 38-40.

على كل ب، فإن ب محمولاً على بعض أ)، وهكذا^(٤). إن استخدام رموز المتغيرات في المنطق اختراع أرسطى لم يسبقه إليه أحد وقد يكون قد أشتُم هذا الاستخدام من الهندسة حين نريد تسمية خط مستقيم نسميه بحرفين من حروف الهجاء، ونجد هذا الاستخدام لرموز المتغيرات عند يودوكسس Eudoxus (٤٠٨-٣٥٥ ق.م.)^(٥).

ج- لقد استخدم أرسطو - في سياق واحد فقط فيما نعلم - حروف الهجاء رموزاً للقضايا لا للحدود. حين أثبت أن ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري، وأن الممكن ينتج عنه الممكن، وأن القضية الضرورية أو الممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة، قال:

(... إذا كان أ محمولاً على ب، وب محمولاً على خ، فإن أ محمولاً على خ وإذا كانت كل منها ممكنة فالنتيجة ممكنة. وإذا وجب علينا أن نعتبر مثلاً أ ضرورياً يكون ب ضرورياً، بل وينتج أيضاً أنه إذا كان أ ممكناً يكون ب ممكناً. وما دما برهنا على ذلك فمن الواضح أنه إذا قمنا بفرض خاطيء لكنه ليس مستحيلاً فإن نتيجة الفرض سوف تكون خاطئة لكنها لن تكون مستحيلة. إذا كان أ خاطئاً لكنه غير مستحيل، وإذا كان ب نتيجة أ، فإن ب خاطيء لكنه ليس مستحيلاً)^(٦).

^(٤) Ibid., i. 2, 25a 17.

^(٥) يودوكسس أكبر الرياضيين الإغريق قبل إقليدس؛ عاصر أفلاطون وصاحبه في رحلته إلى مصر وإيطاليا، وهو صاحب نظريات التناسب Proportion في الهندسة. تقول إحدى هذه النظريات أن أضلاع المثلثات المتساوية الزوايا متناسبة، وقد عارضه المتأخرون من الفيثاغوريين لكنه رد عليهم ببراهين محكمة معقدة، وقد استخدم إقليدس هذه النظريات في الجزءين الخامس والسادس من المبادئ؛ انظر أيضاً: W. Kneale & M. Kneale. The Development of Logic, 2nd ed., 1964, Oxford, p. 61.

^(٦) An. Pr., i. 15, 34a 20-28.

٧- هل عرف أرسطو الثوابت؟

ميز أرسطو في كتاب العبارة بين القضية البسيطة simple والقضية المركبة. Composition، وأن الأولى تقرر شيئاً أو تنفيه عن موضوع ما، بينما تتألف الثانية من قضايا بسيطة، لكن أرسطو لم يجعل هذا التمييز بداية لتحليل منطقي للقضية المركبة ومن ثم لم يدرس الثوابت التي تقوم في القضايا المركبة دراسة مستفيضة، وبالتالي لم يضع لها رموزاً^(٧). لقد استخدم أرسطو ثوابت قليلة كالسلب negation والربط conjunction والتضمن implication؛ استخدم السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة؛ والربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن، كما قلنا/ لكنه لم يدرس الربط والتضمن دراسة خاصة. عرف أرسطو فكرة السور في القضية واستخدمها ليبدل على كم الموضوع، لكنه لم يدرك أهميتها المنطقية البالغة^(٨)، وبالتالي لم يضع له رموزاً. لقد عرف أرسطو - باختصار - عدداً قليلاً من الثوابت، كما أنه لم يتوسع في تحليل هذا القدر الذي عرفه.

٨- هل أقام أرسطو المنطق نسقاً استنباطياً؟

أ. أ - أول نسق استنباطي عرفته الإنسانية هو الهندسة الإقليدية، كما قلنا لكن أرسطو وازع أسس هذا النسق^(٩). نجد ذلك في كتاب التحليلات

(٧) لاحظ ستينج أن أرسطو يميز بين القضية البسيطة والمركبة ولكنه لم يهتم بهذا التمييز. حيث يميز المنطق التقليدي بين القضايا الحملية والشرطية بنوعيهما ولذلك رأى أن القضية المركبة ما ارتبطت بأداة الفصل. لقد بعثت هذه القسمة الثلاثية الغموض في قسمة القضية إلى بسيطة ومركبة؛ انظر:

S. Stebbing, A Modern Introduction to logic, 2nd ed., 1933, Methuen, pp. 42-3

(٨) Lukasiewicz, op cit., p. 83.

(٩) منطق أرسطو منطق استنباطي بلا شك إذا نظرنا إلى المنطق الاستنباطي على أن يحوي قواعد الاستدلال المباشر والاستدلال القياسي ورد الأقيسة، وقواعد استنباط النظرية الرياضية من مجموعة تعريفات

الثانية الذى يفتحه أرسطو بقوله إن كل برهان يبدأ بثلاثة عناصر: تعريفات definitions ومبادئ axioms وفروض hypotheses- يبدأ بها كل برهان لكنها فى ذاتها لا تقبل البرهان وحين يتحدث أرسطو عن البرهان فإنه يهتم بوجه خاص بالبرهان الهندسى ويعطى منه أمثله التوضيحية. حيث يقرر أنه بالتعريفات نحدد معانى الألفاظ المستخدمة فى العلم المراد بحثه، ليست التعريفات قضايا تقرر وجود شيء ما أو تنفيه ومن ثم لا توصف لا بالصدق ولا بالكذب، وإنما يكفي أن يكون اللفظ المعروف مفهوما لدينا⁽¹⁰⁾. أما المبدأ فهو قضية يجب أن يعرفها الطالب إذا أراد أن يتعلم شيئا على الإطلاق، وهنالك شروط ثلاثة يجب توفرها فى القضية كي تكون مبدأ: أن تكون صادقة true، وأولية primary، وأكثر قبولا لدى العقل more intelligible من النتائج المستنبطة منها⁽¹¹⁾. كان أرسطو يعنى بالقضية الأولية أن تكون قضية مباشرة، أى ما يفهم معناها دون الاستعانة بقضية سابقة عليها، وذلك يجعلها أكثر قبولا لدى العقل أى يقبلها العقل دون عناء أو تردد. نأتى الآن على مقصد أرسطو من صدق المبدأ. يبدو أنه يعنى به انطباق المبدأ على الواقع دون أن يكون

ومبادئ. لكن لا يعتبر منطق أرسطو منطق استنباط إذا أخذنا منطق الاستنباط مرادفا لنظرية حساب القضايا المعروفة فى المنطق الرمزى، لأن أرسطو لم يشف غليبا فيها. ولا يعد منطق استنباط أيضا إذا نظرنا إليه على أنه مجموعة تعريفات منطقية ومبادئ معينة بشكل واضح صريح ثم يستنبط منها نظرياته المنطقية.

(10) An. Post., 76b 35-40.

(11) W. D. Ross, Aristotle, Methuen 5th ed. Revised, 1949, p. 43.

الأول مشتقا من الثاني، وذلك يعنى أن الصدق عنده فى هذه الحالة
صدق واقعى: نصل إلى المبدأ مستقلا عن الواقع وإن كان هذا الواقع
يؤيده^(١٢). أما الفرض فهو قضية تقرير واقعة يمكن استنباط نتائج منها،
كافتراض أن أى خط يجب أن يكون ذا طول معين؛ يلاحظ أرسطو أن
الفرض أقل وضوحا من المبدأ ومن ثم يمكن البرهان عليه لكن المعلم
الأول يسوقه دون برهان ويمكن البرهنة عليه فى سياق آخر غير العلم الذى
يأتى فيه. ومن هذه التعريفات والمبادئ والفروض يمكن استنباط قضايا
هى النظريات. نلاحظ وجه الشبه بين أسس النسق الاستنباطى عند أرسطو
وإقليدس فقد اتفقا فى البدء بتعريفات؛ وأن ما سماه إقليدس (أفكار عامة)
هو ما رآه أرسطو (مبادئ)، أما (المصادر) عند إقليدس فهى قريبة من
معنى الفروض عند أرسطو. فإذا عرفنا أن إقليدس كان فى الثامنة من عمره
حين مات أرسطو، ونعلم أيضا أنه تلقى تعليمه فى أكاديمية أفلاطون، لكننا
نعلم أيضا أن طريقة الاستنباط التى اتبعها كتاب المبادئ تستند فى جانب
منها إلى الجدل الأيلى ونظريات الأورجانون؛ يمكننا فى ضوء هذه الوقائع
أن نفترض استفادة إقليدس من التحليلات الثانية حين وضع الهندسة علما
استنباطيا.

ب- بالرغم من أن أرسطو هو الذى وضع أسس النسق الاستنباطى - فى
أول صورته - فإنه لم يستطع إقامة منطقته باعتباره نسقا استنباطيا بحيث يمكن حصر
المنطق الأرسطى - متجاهلين الجزء الخاص بالقضايا الموجهة - فى أربع

(12) Ibid.

موضوعات رئيسية: (١) التقابل بين القضايا ويشمل قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد^(١٣)، (٢) الاستدلال المباشر ويشمل قواعد العكس ونقض المحمول وعكس النقيض، (٣) القياس بأشكاله وضروبه وقواعد إنتاجه، (٤) رد الأقيسة وهو البرهان على صحة ضروب الشكليات الثانية والثالث باستنباطها من ضروب الشكل الأول^(١٤). ويلاحظ أن أرسطو لم يضع هذه النظريات في نسق استنباطي، وهالك بعض الشواهد.

١- لم يذكر أرسطو في صراحة ووضوح ومنذ البدء قائمة التعريفات والمبادئ، والمصادرات بالنسبة لكل نظرية من النظريات السابقة، ولا بالنسبة للنظريات كلها كما لو كانت نظرية واحدة.

٢- وضع أرسطو قوانين كل نظرية من النظريات الثلاثة الأولى السابق ذكرها، منفصلا بعضها عن بعض، ولو قد نظر إلى منطق كمنسق لربط بينها وحذف منها ما كان تكرارا. خذ القوانين الثلاثة الآتية: إذا كان ب محمولا على أ فإن ب محمولا على بعض أ (أحد قوانين التقابل)، إذا كان ب محمولا على كل أ، وأ محمولا على كل ح، فإن ب محمولا على كل ح (الضرب الأول على الشكل الأول)، إذا كان ب محمولا

(١٣) مربع أرسطو - كشكل مرسوم - ليس من وضع أرسطو، وإنما من وضع الشراح. لكن أرسطو كتب قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد. انظر: Kneale, op. Cit., p56.

(١٤) أشكال القياس عند أرسطو ثلاثة لا أربعة. وليس صحيحا أن جالينوس هو الذي وضع الشكل الرابع، ويقال إن ابن رشد هو صاحب هذا القول. نعم تحدث جالينوس (في القرن الثاني الميلادي) عن أشكال أربعة للقياس لكن الشكل الرابع لم يكن قياسا أرسطيا وإنما لقياس مركب من أربعة حدود. وليس ذلك هو الشكل الرابع التقليدي. المرجح أن هذا الشكل من صياغة شخص ما مجهول الاسم بعد القرن السادس الميلادي. انظر: Lukasiewicz, op. Cit pp. 38-41.

على كل أ، و ح محمولا على كل أ، فإن ب محمول على بعض ح
(الضرب الأول من الشكل الثالث)، إذا أخذنا هذه القوانين الثلاثة
واعتبرناها مقدمات أولية لنسق منطقي بمعنى أنه يمكن استنباط قضايا
منها أكثر تعقيدا - كما فعل أرسطو نفسه - لوجدنا أن القانون الثالث
لغو حيث يمكن اشتقاقه من القانونين الأول والثاني^(١٥).

٣- حين يبرهن أرسطو على صحة الشكلين الثاني والثالث من القياس
باستنباطهما من ضروب الشكل الأول، يأخذ ضربا مناسبا من الشكل
الأول كمقدمة أولية يستنبط منه الضرب المطلوب رده، وتستلزم عملية
الرد أيضا استخدام بعض قواعد التقابل والاستدلال المباشر، ومن ثم
نعتبر هذه القواعد وبعض ضروب الشكل الأول مبادئ للبرهان
المطلوب. لكن أرسطو - وهو يقوم بعملية الرد - لا يضع في وضوح
تلك المبادئ قبل البدء في البرهان.

ج- نلاحظ أن فكرة إقامة المنطق باعتباره نسقا استنباطيا لم تقم في
أذهان المناطق إلا بعد منتصف القرن التاسع عشر، حين تطور البحث في الهندسات
الإقليدية، وحاول الرياضيون وضع أسس النسق الاستنباطي كي يقيموا الهندسة
نسقا استنباطيا محكما، ثم انتقلت الجهود إلى جعل علم الحساب نسقا^(١٦). كان

^(١٥) قارن: P. F. Strawson, Introduction to Logical Theory, Methuen, London, 1st ed., 1952, Paperb. Ed. 1963, p. 160.

^(١٦) نعم لقد تمكن فييت من إقامة علم الجبر في القرن السادس عشر كما تمكن ديكارت من إقامة الهندسة التحليلية في القرن السابع عشر، لكن لم ينظر أي منهما أو غيرهما في ذلك العصر نظرية نقدية إلى الهندسة الإقليدية، كما أنهما لم يحاولا إقامة الهندسة أو الجبر في نسق استنباطي محكم. نعم شغل ديكارت بمنطق الاستنباط لكنه من وجهة أخرى ثار على القياس الأرسطي الذي هو أحد نماذج

المنطق في ذلك الوقت قد نشأ وبدأ يتطور؛ فكر أصحابه حينئذ في إقامته نسقا استنباطيا هو الآخر، وينشأ السؤال في أذهان بعض المناطق الرمزيين عما إذا كان يمكن وضع منطق أرسطو في نسق استنباطي. ويعد لوكاشيفتش من أبرز من قاموا بهذه المحاولة^(١٧).

٩- أرسطو ولوكاشيفتش:

أ- أدرك لوكاشيفتش أن أرسطو لم يضع منطق في نسق استنباطي، لكنه أدرك أيضا أن بذلك المنطق مقومات النسق، اعتمادا على كتابات أرسطو نفسه. ويبدو أن لوكاشيفتش وضع أصابعه على الأفكار الأرسطية الآتية.

١- أقام أرسطو تصنيفه الرابعي للقضية الحملية على بضع أفكار اعتبرها واضحة لا تحتاج إلى تعريف مثل السور الكلي والسور الجزئي والسلب مما نعبر عنها بكلمات (كل)، (بعض)، (لا) على التوالي.

٢- عرف أرسطو فكرتي الربط والتضمن حين صاغ الأقيسة، ومن ثم عرف القضية المركبة التي تحوى الربط والشرط، مما نعبر عنها بواو العطف وأداة الشرط.

٣- رأى أرسطو في مبدأ الهوية principle of identity، أحد القوانين الأساسية للفكر وأنه لا يقبل البرهان وإن كنا نستخدمه في البرهنة^(١٨).

الاستنباط، ومن جهة أخرى كان يستخدمه بالمعنى المنطقي الدقيق الذي ينطوي على تطبيق قواعد معينة. لقد بدأ ليترز حقا محاولة أولية لجعل منطق الأصناف نسقا استنباطيا كما سنرى.

^(١٧) لوكاشيفتش (١٨٧٨ - ١٩٥٦) أحد أعلام المنطق الرمزي من البولنديين، له إضافات هامة وأبحاث كثيرة أصيلة في المنطق الرمزي. وتوصل إلى قوائم الصدق عام ١٩٢٠ مستقلا عن بوست Post وفتجنشتين. عين أستاذا في جامعة دبلن بعد الحرب العالمية الثانية.

^(١٨) Topica, VII, 1, 152 a 30.

٤- لم يبرهن أرسطو على قوانين التقابل والعكس بطريق القياس وإنما برهن على بعضها بطريق البعض الآخر، مما يوحي بأنها فى نظره مقدمات أولية. نلاحظ أيضا أنه كان يستخدم هذه القوانين فى رد الأقيسة.

٥- كان أرسطو إذا أراد البرهان على ضرب الشكلىين الثانى أو الثالث إنه يستنبطه من ضرب مناسب من ضروب الشكل الأول، كما رأى إمكان رد الضربين الثالث والرابع من الشكل الأول إلى الضربين الأول والثانى منه. يوحى ذلك أن أرسطو كان ينظر إلى الضربين الأول والثانى من الشكل الأول على أنهما مقدمات أولية فى نظرية الرد^(١٩).

ب - قد تكون هذه الأفكار أو غيرها مما اعتبره لوكاشيفتش المادة الخام فى كتابات أرسطو لإقامة منطق نسقا استنباطيا. يعطينا لوكاشيفتش فى كتابه القياس الأرسطى من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث صورا متعددة للنسق الأرسطى. نذكر هنا إحداها:

١- أربعة ثوابت منطقية: (كل - يكون -) (- ~ - All)، (لا - يكون -)، (بعض - يكون -)، (بعض - لا يكون -). فى كل ثابت مكانان خاليان يمالآن بحدود، وحدود كلية فقط، يتألف التصنيف الرباعى للقضية الحملية من تلك الثوابت وقيم المتغيرات التى تدخل عليها.

٢- ثلاثة ثوابت منطقية أخرى: (لا)، (و)، (إذا حينئذ).

(١٩) تقوم نظرية رد الأقيسة على تقسيم الأقيسة إلى نوعين: قياس تام Perfect syllogism وقياس ناقص imperfect syllogism والتام ما يكون واضحا بذاته ولا نحتاج لإدراك ضروره إلى مقدمة غريبة على مقدمتيه، والناقص ما يحتاج إلى مقدمة أخرى لإدراك ضرورته، وذلك يعنى أن

٣- الثابتان (كل - يكون -)، (بعض - يكون -) حدود أولية لا معرفة، بواسطتها يمكننا تعريف الثوابت الأخرى.

٤- ثلاثة مبادئ: مبدأ الهوية، قانونان من قوانين العكس (اثنان من القوانين الثلاثة لعكس (ك م) و (ك س) و (ح م)، الضربان الأول والثاني من ضروب انشكال الأول للقياس^(٢٠).

خلاصة ما يراه لوكاشيفيتش أنه إذا أردنا وضع منطق أرسطو - وبمعنى أدق نظريتي القياس والرد - في نسق استنباطي، يمكن البداية بفكرتين لا معرفتين (كل، بعض)، وثلاثة تعريفات لا، و، إذا، وخمسة مبادئ، يمكننا بواسطتها استنباط الضروب الأخرى من الشكل الأول وكل ضروب الشكلين الآخرين^(٢١).

١٠ - خاتمة:

يمكننا الآن الإجابة عن المدى الذي يكون أرسطو قد بلغه في إقامة منطق رمزي. لقد قطع شوطا محدودا في إقامة منطق رمزي. واستخدم نوعا واحدا من الرموز، وهي رموز المتغيرات للحدود، ولم يستخدم رموزا ترمز إلى القضايا إلا في النادر ولم يدرس الثوابت والأسوار دراسة جادة، وبالتالي لم يضع لها رموزا.

القياس الناقص محتاج لبرهان. ورأى أرسطو أن الشكل الأول للقياس قياس تام، بينما الشكلان الآخران ناقصان. انظر: An Pr. I. 1, 24 b22, 29 b29.

⁽²⁰⁾ Lukasiewicz, op. Cit, pp. 45- 8, 72-3.

^(٢١) نجد محاولات أخرى لوضع نظريتي القياس والرد عند أرسطو في نسق استنباطي حيث تختلف مقدمات النسق عما أورده لوكاشيفيتش انظر:

P. F. Strawson, Introduction to Logical Theoy, Methuen, 1st ed. 1952, paperback ed., 1963, pp. 152-63.

وأيضا:

D. mitchell, An Introduction to Logic, Hutchinson, London, 1st ed, 1962, 2nd ed., 1964, pp. 30-44.

الفصل الثالث

المنطق الميغارى والرواقى

١١ - مقدمة :

أ- فى الوقت الذى ازدهرت فيه المدرسة المشائية فى حياة أرسطو، كانت هنالك مدرسة أخرى، ذات شأن، هى الميغارية، وقد أسسها إقليدس (٤٥٠-٣٧٤ ق.م)^(١) - أحد تلاميذ سقراط وصديق أفلاطون درس فلسفة بارمنيدس (٥٤٠-٤٧٠ ق.م) وعاصر زينون الإيلى (٤٩٠ - ٤٣٠ ق.م) الذى سبقه إلى أخذ العلم عن بارمنيدس وله نظريات فى الأخلاق والميتافيزيقا، ولا يعنينا هنا أمرها، وقد أخذ بها تلاميذه وأتباعه، كما عنوا أيضا بالمنطق. وكان للميغارية زمن أرسطو شأن كبير، لدرجة أنه كان يشير إلى آرائهم الميتافيزيقية مهاجما^(٢). ويقال إن يوبوليدس Eubukides أحد تلاميذ إقليدس كان يعارض أرسطو فى بعض آرائه المنطقية. ولمع من الميغاريين فى أواخر القرن الرابع وأوائل الثالث قبل الميلاد ديودورس كرونس Diodorus Cronus وتلميذه فيلون philo وهو غير فيلو الفيلسوف الإسكندراني (٣٠٠ ق.م - ٥٠ م) وقد طورا معا آراء أستاذهما الميتافيزيقية وأخذا الجدل الإيلى عن السابقين من زملائهم فى المدرسة وأثارت قراءتهما لحجج زينون الإيلى فتح باب منطق القضية الشرطية، وسوف نعرف بعد قليل أن فيلو الميغارى أول

(١) اقليدس الميغارى غير اقليدس الهندسى..

(٢) هاجم أرسطو الميغاريين لأنكارهم مثلا للتمييز بين القوة والفعل. انظر:

Met., 1046 b 28-30.

من اهتم اهتماما خاصا بالقضايا المركبة وبالقضية الشرطية بوجه خاص، ووضع قواعد صدقها وكذبها؛ وبدا سبق المنطق الصوري الحديث فى إدراك أهمية القضية المركبة ودالة الصدق.

ب- ستيلبو Stilpo ميغارى متأخر تتلمذ عليه زينون Zeno ٣٣٦ - ٢٦٤ ق.م) الذى انفصل عن أستاذه وأنشأ مدرسته الخاصة المعروفة بالرواقية، وواضح أن المدرسة الميغارية لم تعمر طويلا بعد القرن الثانى قبل الميلاد، بينما ازدهرت المدرسة الرواقية عدة قرون بعد الميلاد، وكم كانت نشطة أيام ماركوس أوريليوس (١٢١ - ١٨٠) وكان للمدرسة تعاليمها الأخلاقية والميتافيزيقية وأخذت عن أساتذتها الميغاريين منطقهم الإيلي، وقد طور الرواقيون أبحاث الميغاريين فى الشرطيات وزادوا عليها. وكريسيبوس Chrysippus (٢٨٠ - ٢٠٢ ق.م) أهم الشخصيات الرواقية المنطقية، وهو خليفة كليانثس cleantes (٢٦٤ - ٢٣٢ ق.م) الذى أخذ رأسا عن زينون مؤسس المدرسة^(٣).

ج- عاصرت المدرسة الرواقية المدرسة المشائية، وازدهرتا معا، وكانت المنافسة بينهما شديدة، وبخاصة فى المنطق. كان بعض زعماء المشائين - مثل الإسكندر الأفروديسى - يعتبرون الرواقيين خوارج على منطق أرسطو، ولكنهم أساءوا فهم الرواقيين. نعم اختلف الرواقيون مع أرسطو فى بعض نظرياته المنطقية، إلا أن الاختلاف لم يصل إلى حد الثورة عليه. فلا يسمح القياس الأرسطى عندهم بزيادة لمستزيد، ومن ثم لم يعرضوا له، غير أنهم رأوا أن هنالك موضوعات لم يبحثها

(٣) انظر: -

W. Kneale & M. Kneale, The Development of Logic, pp. 113-117.

أرسطو بحثا كافيا مثل القضية والأقيسة الشرطية والنظر إلى المنطق كنسق استنباطي، وأرادوا استكمال ذلك. والمنطقان الأرسطي والرواقى فى الواقع يكمل أحدهما الآخر، وقد كان هذا التكامل أمرا مألوفا منذ عهد مبكر وامتد إلى العصر الوسيط. كان جالينوس galen فى القرن الثانى الميلادى وبويس Boethius فى القرن السادس يشرحان بعض نظريات أرسطو مستخدمين أفكارا رواقية. والمنطق التقليدى فى جملته يطلق على نظريات أرسطو وما أضيف إليها من شروح وإضافات من المشائين والرواقيين ومناطقة العصر الوسيط.

د- ومصادرنا عن المنطق الميغارى والرواقى غير مباشرة، وصلتنا أخبارهم عن مؤلفين، بعضهم رواقيون أو مؤرخون لهم، أو عن طريق خصوم يذكرون آراءهم لتفنيدها. ومن أبرز هذه الشخصيات جالينوس وهو مشائى أكثر منه رواقى، وكثيرا ما ضمن آراءه نظريات رواقية، وسكستوس أميريكس من شكاك القرن الثالث الميلادى الذى عرض للمنطق الرواقى لدحضه، وديوجين لايرتيوس Diogenes Laertius الرواقى المتحمس، والإسكندر الأفردويسى خصم الرواقية الشديد.

١٢- منطق الشرطيات قبل الميغاريين:

أ- يذكر للمنطق الرمزى دراسته المستفيضة للقضية المركبة والثوابت المنطقية ودالات الصدق، كما يذكر له إقامة المنطق نسقا استنباطيا. وقد توسع الرواقيون فى هذه الموضوعات، وساهموا مساهمة فعالة فى (حساب القضايا). وسبق لنا أن أشرنا إلى أنهم تتلمذوا للميغاريين، وجعل الطرفان الجدل الأيلى نقطة بداية بحثه، وما قاله زينون الأيلى كان مثيرا لانتباه الميغاريين.

ب- كان زينون الايلي يستخدم البراهين لدحض مذهب الكثرة الميتافيزيقي Pluralism، وكان يتخذ الصورتين التاليتين: (١) إذا كان أ هوب، فإن ح هو د؛ وإذا كان أ هوب، فإن ح ليس د؛ من المحال إذن أن يكون أ هوب. (٢) إذا كان أ هوب فإن ح هو د، لكن ح ليس د، إذن أ ليس ب. تسمى الصورة الأولى من البرهان (الرد إلى المحال) *reductio ad impossibile* والصورة الثانية (برهان الخلف) *reductio ad absurdum* أو (حالة الرفع) *modus tollens*^(٤).

ج - لم يفرد أرسطو بحثا مستقلا للقضايا والأقيسة الشرطية، لأنه اعتبر الحملية النوع الأساسي للقضية، والقياس الحملية النوع الأساسي للبرهان؛ وبالرغم من ذلك نجد عنده نقطتين على الأقل كانتا مادة لبحث المنطقة من بعده في الشرطيات، وهما (١) صياغة إقياس في صورة قضية شرطية متصلة، تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم، وتعبر النتيجة عن التالي، وفي ذلك يقول أرسطو:

"حين يرتبط ثلاثة حدود أحدهما بالآخر، بحيث يكون الأخير محتوي في الأوسط كاحتواء (الجزء) في الكل، والأوسط محتوي في الأول أو مستبعدا منه كاحتواء (الجزء) من الكل أو استبعاده منه، فإن الحدين المتباعدين يجب أن يرتبطا في قياس تام... إذا كان أ محمولا على كل ب وب محمولا على كل ح فإن أ يجب أن تحمل على ح"^(٥)

(٤) Ibid, pp. 7, 128.

(٥) An. Pr., i. 4, 25 b 32-39

(٢) يستخدم أرسطو صورة "القياس الشرطى المتصل دون أن يعترف به كصورة من صور القياس، فى معرض إثباته أنه لا يمكن استنتاج نتيجة كاذبة من مقدمتين صادقتين فى قياس، وإن كان يمكن استنتاج نتيجة صادقة من مقدمتين كاذبتين، يقول: "إذا كان من الضرورى أن ب يجب أن تكون (صادقة) حين يكون أ صادقا، فإن من الضرورى أن أ يجب ألا يكون (صادقا) حين يكون ب (صادقة)"، ويقدم أرسطو نفس البرهان فى صورة أخرى فيقول: "... حين يرتبط شيان أحدهما بالآخر فإنه إذا كان الأول، كان الثانى بالضرورة، لزم أنه إذا لم يكن الثانى يجب ألا يكون الأول"^(٦) يتبين من النقطة الأولى التى أوردناها أن أرسطو عرف صيغة القضية الشرطية المتصلة. إن كان لم يقدم فيها بحثا منطقيا كما فعل فى القضية الحملية، ويتبين من النقطة الثانية أن أرسطو استخدم القياس الشرطى المتصل، من النوع الذى تكون نتيجته نافية للمقدم، مما سماه التقليديون برهان الخلف أو حالة الرفع، وقد سبق لزينون أن صاغه. وأن الصورة التى نألفها لهذا النوع من البرهان هى أنه "إذا كان أ هوب، كان ح هود لكن ح ليس د، إذن أ ليس ب). ويلاحظ أن حروف الهجاء فى الصيغة الأخيرة متغيرات ترمز إلى حدود، بينما ترمز فى نص أرسطو السابق إلى قضايا. وبالرغم من استخدام أرسطو للقياس الشرطى المتصل فإنه لم يحص كل صورته ولا قواعد إنتاجها.

⁽⁶⁾ An. Pr., ii, 1, 53 b 12-14; ii, 4, 57 b 2-4

قارن أيضا:

Lukasiewicz, op. Cit., p. 49.

١٣ - فيلون والقضية الشرطية:

برع من الميغاريين في المنطق كما قدمنا شخصيتان هما كرونس وفيلون وأبحاث الأول المنطقية كانت ممزوجة بميتافيزيقاه في حين كانت أبحاث الثاني منطقية خالصة. فيلون أول من بحث في القضايا المركبة بحثاً منطقياً صادقاً في العالم القديم، واقتصر على أحد أنواعها وهو القضية الشرطية المتصلة، فوضع قواعد صدقها وكذبها إذا عرفنا صدق جزئيهما أو كذبهما، وبهذا استبق المنطق الرمزي في (دالة الصدق) Truth - function وقائمة الصدق، truth - table دون استخدام هذه التعبيرات عرف فيلون بوضوح أن للقضية الشرطية المتصلة حالات أربعة تتعلق بإمكان صدقها وكذبها: تصدق الشرطية حين يصدق مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها ويصدق تاليها، وتكذب حين يصدق مقدمها ويكذب تاليها، وصاغ فيلون هذه القواعد الأربعة كما يلي:

"تكون الشرطية صادقة حين تبدأ بصدق وتنتهي بصدق، مثال: إذا كان النهار كان الضوء، وتكون صادقة أيضاً حين تبدأ بكذب وتنتهي بكذب، مثال: إذا كانت الأرض تطير فلها أجنحة، وبالمثل، فإن الشرطية التي تبدأ فهي موجودة، وتكذب الشرطية فقط حين تبدأ بصدق وتنتهي بكذب، مثال: إذا كان النهار كان الليل"^(٢).

نستنتج من هذا النص أن فيلون وصل إلى تعريف (دالة التضمن) implicative function بكل وضوح: القضية الشرطية المتصلة الصادقة هي ما

(٢) انظر: Kneale, op. Cit., pp. 129 - 132

قارن: Tarski, Introduction to Logic ect., p. 27 n.

يكون مستحيلا أن يصدق مقدمها ويكذب تاليها، وعرف فيلون صورة القياس الشرطى المتصل من النوع الذى نتيجه تثبت التالى، أو ما سماه التقليديون من بعد (حالة الوضع) *modus ponens* والصيغة المألوفة لهذه الصورة من البرهان هى: إذا كان أ هوب، وكان ح هود لكن أ هوب، إذن ح هود، وصيغة أخرى لنفس البرهان: إذا كان أ هوب، كان ح هود تعنى أنه من المستحيل أن تصدق القضية أ هوب وتكذب القضية ح هود. نلاحظ أن الصورة السابقة للقياس الشرطى المتصل هى ما عرفه فيلون وسجل قواعدها، لكنه لم يتوجه إلى الصورة الأخرى لهذا القياس بالعناية - نعنى برهان الخلف - رغم أنها كانت مألوفة عند زينون وأرسطو. ونلاحظ أخيرا أن فيلون لم يضع نقطته فى قالب رمزى.

١٤ - الرواقيون والقضايا المركبة:

أ- لن نعرض هنا منطق الرواقيين بتفصيل^(٨)، وإنما نجتزىء من آرائهم ما نعتبره بذور المنطق الرمضى، ونشير إلى نقطتين: استخدامهم للرموز، ونظرتهم إلى المنطق كنسق استنباطى. لقد أدرك الرواقيون ضرورة التخلّى عن لغة الحديث فى الكتابة المنطقية كى يكون المنطق صوريا إلى أبعد حد، فاصطنعوا الرموز. لم يستخدموا حروف الهجاء رموزا للحدود كما كان الحال عند أرسطو، وإنما استخدموا الأعداد الترتيبية *ordinal numbers* رموزا للقضايا^(٩)؛ فمثلا حين يصوغ

(٨) تجد مزيدا من تفصيل عن المنطق الرواقى باللغة فى كتاب: عثمان أمين، الفلسفة الرواقية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، الطبعة الأولى ١٩٤٥. وأيضا:

W. Kneale and M. Kneale, *The Development of Logic*, London. 2nd. Ed., 1964.

(٩) للرمز إلى القضية بالعدد الترتيبى أصول عند أرسطو، انظر الجزء الأخير من الفقرة ١٢ ج.

كريسيبوس القياس المتصل في صورة إثبات التالي (حالة الوضع) يتخذ الصورة: (إذا كان الأول كان الثاني؛ لكن الأول إذن الثاني)

(if the first then, the second. But the first, therefore
(¹⁰) the second)

ب- قدم الرواقيون بحثاً أوفى من الميغاريين في القضية المركبة وتناولوا أنواعاً من القضايا المركبة إلى جانب القضية الشرطية المتصلة التي عني بها فيلون وعنى بها هم عناية خاصة بالثوابت المنطقية، وكانوا يسمونها (الروابط) Connectives. عرف الرواقيون - كريسيبوس وتلاميذه - الروابط الآتية: (إذا ...) و (إما ... أو ...)، (حيث أن Since)، (لأن)، (ليس و معاً) (not both....and) وغيرها⁽¹¹⁾. ووضعوا للقضية المركبة التي تحوى واحدة من تلك الروابط قواعد صدقها وكذبها، وحددوا معاني هذه الروابط. لقد قبل الرواقيون قاعدة فيلون لصدق القضية الشرطية المتصلة السابق ذكرها⁽¹²⁾، لكنهم أضافوا الكثير إلى فيلون. عرفوا القضية المركبة التي تحوى (الربط) Conjunction (وهو ما نعبر عنه بـ"و" أو "العطف") بأنها تكون صادقة حين يصدق عنصراها معاً، وإلا تكون كاذبة؛ عرفوا القضية المركبة التي تحوى (الفصل) disjunction (الذى نعبر عنه بالكلمة "أو") بأنها تكون صادقة حين يكون أحد العنصرين صادقاً لكنهم لم يسمحوا بصدق القضية إذا صدق كلا العنصرين، أما الرواقيون المتأخرون فإنهم أباحوا صدق القضية المركبة الفاصلة إذا صدق أحد عنصريهما أو صدقهما معاً⁽¹³⁾، وسوف ترى أن جيفونز

⁽¹⁰⁾ Kneale, op. Cit., p. 159.

⁽¹¹⁾ Ibid., pp. 147-8, 161.

⁽¹²⁾ Ibid., pp. 149, 162.

⁽¹³⁾ Ibid., p. 160.

سوف يأخذ المعنى الثانى للفصل، ومن ورائه المناطق الرمزيون جميعا ما عدا فن Venn.

وبالرغم من أن الرواقيين عرفوا متغيرات القضايا ووضعوا لها رموزا، وعرفوا الثوابت المنطقية، فإنهم لم يضعوا لهذه رموزا. ومما هو جدير بالذكر أن دراسة الرواقيين لثابت الفصل سوف تفتح لهم باب بحث منطق القضايا الشرطية المنفصلة، وذلك أول عهدنا بدراسة جادة لهذا المنطق.

١٥ - كريسيبوس والنسق الاستنباطى:

أ- رأينا أنه يرجع إلى الرواقيين الفضل الأول فى استخدامهم المتغيرات رموزا للقضايا على نحو متسق وفى بحثهم أكثر من فيلون فى الثوابت المنطقية وقواعد صدق القضايا المركبة بمختلف أنواعها ويرجع إليهم الفضل أيضا فى إقامتهم المنطق نسقا استنباطيا. بعد أن قدموا تعريفات للثوابت فى وضوح وصراحة لقد وضعوا مقدمات أولية منها يمكن استنباط قضايا أخرى، لقد سمى كريسيبوس هذه المقدمات (صورا استدلالية) inference schemata، وسماها أيضا (ضروبا أولية لا تقبل البرهان) basic or indemonstrable moods وأحصى منها خمسة. رأى أنها أولية بمعنى أنه لا توجد صور أخرى سابقة عليها فى عملية الاستدلال، ولا تقبل البرهان بمعنى أنها حقائق منطقية Logical truths. ليست هذه الصور الاستدلالية ضروبا بمعنى أنها صور متعددة للاستدلال، وإنما بمعنى أنه يمكننا اعتبارها (قواعد استدلال)، وذلك أول عهدنا بوضع قواعد الاستدلال فى صراحة ووضوح قبل البدء بأى برهان. نعم عرف أرسطو بعض هذه القواعد لكنه لم يضعها منذ البدء فى وضوح قبل الشروع فى براهينه. لم يكن يدرك الرواقيون فى عملهم

أنهم مجدّدون وإنما أدركوا فقط أنهم يقدمون الصور العامة للقياس الشرطي المتصل والمنفصل^(١٤). ونسجل هنا تلك الصورة الاستدلالية فيما يلي:

- (١) إذا كان الأول، كان الثاني؛ لكن الأول، إذن الثاني.
- (٢) إذا كان الأول، كان الثاني؛ لكن الثاني، إذن ليس الأول.
- (٣) ليس الأول والثاني معا، لكن الأول، إذن ليس الثاني.
- (٤) إما أن يكون الأول أو الثاني؛ لكن الأول، إذن ليس الثاني.
- (٥) إما أن يكون الأول أو الثاني؛ لكن ليس الثاني، إذن الأول^(١٥).

نلاحظ أن الصور ١، ٢ تعبران عن القياس الشرطي المتصل بنوعيه، وأن الصور ٤، ٥ تعبران عن القياس الشرطي المنفصل بنوعيه، وذلك أول عهدنا بتعبير صريح عن صور القياس الشرطي المنفصل. أما الصورة ٣ فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد، ونعبر عنه بالكلمات (ليس كلاهما معا، وسوف يتجاهل المناطق هذا الثابت إلى أن يبعثه بيرس في أوائل هذا القرن، ويأخذه شيفر Sheffer ويقترحه لتعديل نظرية أصحاب البرنكيبا في حساب القضايا^(١٦)).

ب- لم يكتف الرواقيون بوضع تلك الصور الاستدلالية، وإنما جعلوها مقدمات أولية يبدأون منها البرهان على نظريات منطقية، وذلك أول عهدنا بتصور النسق الاستنباطي في المنطق. لقد كتب كريسيبوس عددا هائلا من النظريات المستنبطة من تلك المقدمات الخمسة، لكن التاريخ أبقى منها ستة فقط، نذكر منها الأربعة الآتية على سبيل المثال؛ ونسمى تلك الصور الاستدلالية (مبادئ) فيما يلي:

Kukasiewicz, Aristotle's Syllogistic, p. 48.

(١٤) قارن:

(١٥) Kueale, op. Cit., pp. 162-3.

(١٦) انظر الفصل الرابع عشر، الفقرة ٧٧ حـ.

١ - (إذا كان الأول، فإنه إذا كان الأول، كان الثاني، لكن الأول، إذن الثاني).

ويمكننا اشتقاق هذه القضية (أو النظرية) من المقدمات السابقة على النحو التالي: إن المقدمة المركبة (إذا كان الأول فإنه إذا كان الأول كان الثاني) مشتقة من القضية (إذا كان الأول كان الثاني) مبدأ (١). أما القضية (لكن الأول إذن الثاني) فإنها مشتقة أيضاً من نفس المبدأ.

٢ - (إذا كان الأول والثاني، كان الثالث، لكن ليس الثالث، ومن جهة أخرى (نثبت) الأول؛ إذن ليس الثاني)

إذا اعتبرنا (الأول والثاني) قضية واحدة مركبة، تصبح المقدمة الأولى والثاني والثانية مشتقتين (مبدأ ٢). وإذا أخذنا المقدمة الثالثة مع الأولى والثانية نصل إلى النظرية باستنباطها من المبدأ ٣.

٣ - (أما أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث، لكن ليس الأول، وليس الثاني؛ إذن). يمكن استنباط هذه النظرية من المبدأ (٥) على مرحلتين:

- أ. إذا اعتبرنا (الثاني أو الثالث قضية واحدة، فإذا أخذناها مع المقدمة، (ليس الأول)، أمكن استنتاج (الثاني والثالث)، المبدأ (٥).
- ب. إذا أخذنا (الثاني أو الثالث) مع (ليس الثاني) أمكن استنتاج (الثالث) مبدأ (٥).

٤- إما أن يكون الأول أو لا يكون الأول؛ لكن الأول إذن لا لا الأول).

يمكن استنباط هذه النظرية مباشرة من مبدأ (٤)، وذلك بوضع (لا

يكون الأول) مكان (الثانى). نلاحظ هنا أن الرواقيين أدركوا أن

السلب المزدوج مساو للإيجاب^(١٣).

١٦- خاتمة:

لقد قدم زينون الأيلى أول لبنة فى منطق القضايا الشرطية، حين صاغ ما سُمى من بعد القياس الشرطى المتصل فى حالة الرفع *modus tollens* أو برهان الخلف، وبالرغم من أنه مؤسس علم الجدل - كما قال أرسطو - فإنه كان مهتما بمذهبه الميتافيزيقى أكثر من إقامة نظرية منطقية. أما أرسطو فقد استخدم الصورة السابقة من القياس الشرطى المتصل فى براهينه على أقيسته الحملية، دون أن يفرد لمنطق الشرطيات مكانة مستقلة. إن أول من أسهم فى إبراز منطق الشرطيات هو فيلون الميغارى، إذ وضع صدق القضية الشرطية المتصلة وكذبها بالنظر إلى صدق أو كذب مقدمها وتاليها، واستطاع أن يدرك مبكرا ما سوف يسمى فى المنطق الصورى الحديث (دالات الصدق) و(قوائم الصدق)، وقادته هذه الصورة من القضية الشرطية إلى صياغة القياس الشرطى المتصل فى حالة الوضع *modus ponens* أما الرواقيون فيرجع إليهم الفضل فى إضافات منطقية عديدة. (١) بحثوا فى القضية الشرطية المتصلة بنوعيتها كما صاغوا لأول مرة القضايا الشرطية المنفصلة بنوعيتها، ووضعوا قواعد صدقهما وكذبهما. (٢) طوروا استخدام الرموز فوضعوا متغيرات ترمز إلى القضايا. (٣) عرفوا عددا كبيرا من الثوابت المنطقية ولم يقتصروا على ثابت

(١٣) قارن، :

Kneale, op. Cit., p. 165 ff.

التضمن فقط، ووضعوا تعريفاتها، لكنهم لم يضعوا لتلك الثوابت رموزاً. (٤) أدت دراستهم للثوابت إلى دراسة القضايا المركبة وقواعد صدقها وكذبها، وذلك تطوير حقيقى للمنطق الأرسطى. (٥) وأضافوا أثراً آخرًا حين انبثقت منهم أول بادرة لتطوير المنطق نسقاً استنباطياً، وذلك بأن وضعوا – بعد التعريفات – قضايا أولية لا تقبل البرهان، وأمكنهم بفضلها استنباط قضايا أخرى؛ وفي هذا الضوء يمكن القول إنهم فتحوا الطريق أمام المحدثين لإقامة نظرية حساب القضايا.

الفصل الرابع

ليبنتز رائد المنطق الرمزي

١٧ - مقدمة:

ليبنتز G. W. Leibniz (١٦٤٦ - ١٧١٦) من أعظم الفلاسفة المحدثين، وضع مذهبا فلسفيا مكتملا، يحوى نظريات أصيلة فى المنطق والميتافيزيقا والفيزيقا والأخلاق واللاهوت ولا يعنينا من مذهبه الفلسفى هنا إلا ما يتصل بالمنطق، بل ليس هدفنا الآن عرض نظرياته المنطقية فى تفصيل - رغم أهميتها البالغة - وإنما ما يتصل منها فقط بملاحظاته على المنطق التقليدى، تلك الملاحظات التى يمكن اعتبارها مبشرة بالمنطق الرمزي. لقد قدم ليبنتز فكرتين أساسيتين: (١) يمكن للمنطق - حيث منهج البحث فيه - أن يصبح نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة الإقليدية، أى أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط من مجموعة معطاة من تعريفات ومبادئ axioms ومصادرات؛ (٢) يمكن للمنطق - من حيث لغته وموضوعاته - أن يتخذ علم الجبر نمودجا: لغته الرموز، وقوامه معادلات وقوانين.

لقد قدم ليبنتز هاتين الفكرتين الأساسيتين فى مجموعة أبحاث ومذكرات خاصة تقع فى خمسمائة صفحة أو تزيد، تركها مخطوطة دون نشر، وحفظت فى مكتبة هانوفر (حيث كان يعمل مستشارا علميا وخبيرا فى القانون الدولى لدى رئيس تلك المدينة)، وظلت كذلك مدة قرنين، ثم قام بنشر بعضها جير هارت Von G. J. Gerhardt فى نهاية القرن (التاسع عشر)، ونشر بعضها الآخر كوتيرا L. Couturat

فى أول القرن العشرين. نشر جيرهارت أولا مجموعة أبحاث لينتزر الرياضية - مما نشره لينتزر من قبل متفرقا وما لم يتسر نشره - فى الأعوام ١٨٥٠ - ١٨٦٣ فى سبعة أجزاء بعنوان: *Leibnizens Machematische Schriften*، ثم جمع جيرهارت ثانيا كتب لينتزر الفلسفية السابق نشرها متفرقات مع بعض المخطوطات الأخرى عن المنطق ونشرها فى الأعوام ١٨٧٥ - ١٨٩٠ فى سبعة أجزاء أخرى بعنوان: *Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz* وقد نشر كوتيرا عام ١٩٠٣ مجموعة أخرى من المخطوطات الفلسفية والمنطقية لم يسبق نشرها بعنوان: *Opuscles et Fragments inédits de Leibniz*.

١٨ - الأصناف:

أ- كان لينتزر معجبا بالمنطق الأرسطى، فقد قال عنه إنه (من أروع ما اكتشفه العقل الإنسانى)، وأنه (فن العصمة من الزلل مما يمكن تطويره إلى نوع من الرياضيات الكلية)^(١). كان يرى أن القضية الحملية هى الصورة الرئيسة والوحيدة للقضية، وأن القضية الكلية تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها، وأنه يمكن النظر إلى القضية الشخصية على أنها قضية كلية إذ لا يوجد خلاف منطقى بينهما، وأن نظرية القياس مثل حى للاستنباط. وبالرغم من تقديره للمنطق الأرسطى، كانت له مواقف عديدة يعدل بها ذلك المنطق، بإضافته إلى نظرية رد الأقيسة ما لم يرد عند منطقة العصر الوسيط، وأنه لا يمكن رد كل أنواع الأقيسة الشرطية المتصلة والمنفصلة إلى أقيسة حملية.^(٢) لن نفصل كثيرا هنا فى تلك المواقف، لكننا نتحدث عن موقفين له نعتبرهما فتحا جديدا يبشر بمولد المنطق

(١) *Nouveaux Essais Sur L'Entendement Humain*, iv, xvii, 4.

الرمزى: محاولة وضع ما سوف يسمى فيما بعد (جبر الأصناف) ومحاولة جعل المنطق نسقا استنباطيا.

ب- يمكن للمنطق أن يتخذ الحروف الهجائية رموزا للحدود، كما يمكن لقضاياها أن تتخذ صورة معادلات وقوانين على نموذج علم الجبر. نعم لم يرد لينتزر أن يجعل المنطق فرعا من الرياضيات وإنما أراد إقامة (حساب منطقي) Calculus، أى منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين، لكن لا تنطوى المعادلات والقوانين على علاقات كمية، بل على علاقات غير كمية، وبذا توسع فى بحث العلاقات المنطقية، وقد خص بالبحث علاقات الهوية identity والاحتواء inclusion، وأعطى لكل منها تعريفا. عرف الاحتواء تعريفا من وجهة نظر المفهوم حيث نقول، أن المحمول محتوى فى الموضوع إذا دل على صفة قائمة فعلا فى تصور الموضوع وحيث نقول عن القضية الحملية (كل أ هو ب) أن ب محتوى فى أ، أو أن ب داخل فى معنى أ. ننظر هنا إلى الحدود نظرة من جهة المفهوم أى من جهة ما تدل الحدود عليه من تصورات، ومن ثم ننظر إلى الاحتواء من نفس الجهة. ذلك متسق مع نظرية لينتزر أن القضية الحملية إنما هى تحليلية^(٣). لاحظ لينتزر أيضا أن العلاقة بين المقدم والتالى

Kneale, The Development of Logic, pp. 322-5.

(٣) انظر:

(٣) القضية الحملية عند لينتزر نوعان: ما موضوعها لفظ عام يدل على نوع أو جنس، وما موضوعها اسم علم يدل على (جوهر فردى). تسمى النوع الأول من القضايا (ضرورية) أو تحليلية/ والنسوع الثانى (حادثه) Contingent أو تركيبية (كل إنسان حيوان) قضية ضرورية. بينما (سقراط فيلسوف) قضية حادثه. يشترك النوعان من القضايا فى أن المحمول فى كليهما محتوى فى الموضوع Predicatum inest subiecto. أما أن المحمول فى القضية العامة محتوى فى الموضوع فأمر واضح؛ لكن لينتزر رأى أن المحمول فى القضية الشخصية محتوى أيضا فى موضوعه؛ يعنى أنه إذا عرفنا الموضوع معرفة كاملة. أمكننا استبط كل محمولاته، ومن ثم تنبثق إحدى نظرياته الميتافيزيقية وهى أن

فى القضية الشرطية المتصلة علاقة احتواء، كمثلى العلاقة بين الموضوع والمحمول؛ فالتالى محتوى فى المقدم بمعنى أنه إذا فهمنا من علاقة المقدم بالتالى أنها علاقة أساس Ground أو سبب reason بما يترتب عليه consequent، أمكننا استنباط التالى من معنى المقدم^(٤).

رأى ليبنتز من جهة أخرى إمكان النظر إلى الحدود نظرة صنفية: ننظر إلى الحد نظرة من جهة المفهوم إذا حددنا معناه، وننظر إلى الحد نظرة صنفية أو من جهة المصدق حين نعتبر صنفًا من الأشياء يحوى أفرادًا تندرج تحته. ورأى ليبنتز باختصار أنه يمكنك النظر إلى الحد نظرة مفهومية أو نظرة صنفية^(٥).

ج- حاول ليبنتز صياغة الصور الأربعة التقليدية للقضية الحملية من وجهة نظر صنفية إلى الحدود فى بحث عنوانه (بعض الصعوبات المنطقية) *Difficultates Quaedam Logicae*^(٦) كتب جدولًا ينطوى على أن العمود (٢) يدل على إمكان النظر إلى الحدود نظرة مفهومية أو ما صدقية على السواء، بينما ينطوى العمود ٢ على إمكان النظر إلى الحدود نظرة ما صدقية خالصة:

لكل موضوع عددًا لا متناهيًا من الصفات ترتبط بماضيه وحاضره ومستقبله على السواء، وأنه يمكن استنباطها بطريقة قبلية، لكن لا تباح هذه المعرفة إلا لله وحده. كل قضية عند ليبنتز إذن إنما هى تحليلية وهى بمثابة تعريف.

^(٤) Conturat, Opuscules, p. 377.

^(٥) C. I. Lewis, A Survey of Symbolic Logic, Dover Publications N. Y., 1960, p. 13.

^(٦) تجد هذا البحث فى طبعة جير هارت، الجزء السابع ص ٢١١، انظر مأخوذ من:

Kneale, op. Cit., p. 339.

(١)

(٢)

(٣)

ك م كل أهوب ألا - ب شيء لا يوجد أ ب = أ
 حس بعض أليس ب ألا - ب شيء يوجد أ ب ≠ أ
 ك س لا أهوب أ ب شيء لا يوجد أ ب ≠ أ ب من الأشياء
 ح م بعض أهوب أ ب شيء يوجد أ ب = أ ب من الأشياء

يمكننا تفسير العلاقة بين الحدين في القضية الموجبة من جهة المفهوم أو من جهة الما صدق: (أ ب = أ) تعنى أنه إذا كان ب محتوى في معنى أ، وإذا ربطنا ب و أ فإننا لا نضيف شيئا جديدا إلى معنى أ فإذا قرأنا القضية (كل إنسان حيوان) على أنها تعنى أن الإنسانية محتواة في الحيوانية فإن معنى (الإنسان الحيوان) لم تضاف جديدا إلى معنى الإنسان - وذلك تفسير مفهومي؛ لكن يمكننا النظر إلى القضية (أ ب = أ) على أنها تتحدث عن أصناف، ومن ثم صنف الإنسان الذى يكون أيضا من صنف الحيوان لا زال صنف الإنسان، ولم يضاف فردا جديدا على صنف الإنسان؛ (أرادنا لينتز أن ننظر إلى العمود الثالث كذلك) حيث يمكنك أن تقرأ القضية الكلية الموجبة قراءة ما صدقية خالصة: إن القضية (أ لا - ب شيء لا يوجد) A non - Best non - ens تعنى أنه لا يوجد شيء مما يكون أ ويتصف في نفس الوقت بنقيض ب، يقصد لينتز هنا أنه إذا قلنا كل أهوب فإننا نقرر أن صنف أ لا يمكن أن يكون هو في الوقت نفسه صنف لا - ب. ويمكنك تطبيق ما قلناه عن القضية الموجبة الكلية بالقياس إلى الصور الثلاثة الأخرى.

د - كانت النظرة الصنفية إلى الحدود معروفة في المنطق التقليدي، لأن هذا المنطق كان يفترض أن لكل الحدود ما صدقات من الواقع، حتى في القضايا الكلية؛ فمثلا تتضمن القضية (كل جسم ممتد) عند التقليديين تقريرا عن وجود

واقعى للأجسام. وبالرغم من ذلك كان هذا المنطق أكثر اهتماما بالجانب المفهومى للحدود من الجانب الما صدق؛ ومن ثم كان التوسع فى التفسير الما صدقى للحدود أمرا غير مألوف من المنطق التقليدى، ويرجع الفضل فى هذا التوسع إلى ليبنتز. لكننا نلاحظ أن ليبنتز لم يخط خطوات ملموسة لتكوين ما سوف يسميه بول من بعد (منطق الأصناف) - منطق يقوم على النظر إلى العلاقات بين الحدود فى القضايا على أنها علاقات بين أصناف من الأشياء لا علاقة بين تصورات، وقد جعل بول القضايا فى صورة رمزية وأشبه بمعادلات، ثم جعل من تلك القضايا حسابا تجرى عليه عمليات الجمع والضرب ولم يصل ليبنتز إلى هذا المستوى فى بحثه، ولعل ذلك القصور راجع إلى استبداد المواقف الأرسطية به حتى حين أراد الثورة عليها. خذ مثلا القضية السابقة (أ ب = أ) سيقول بول من بعد ليبنتز إن (أ ب) رمز ضرب منطقى بين صنفين أ و ب ، وأن (أ ب) صنف جديد يحوى أفرادا تشترك فى كلا الصنفين. فى القضية (كل منطقى رياضى)، نجد أن التعبير (المناطق الرياضيون) يعبر عن ضرب منطقى بين صنفين ويؤدى إلى صنف جديد هو أولئك المناطق الذين هم فى الوقت نفسه رياضيون، بحيث نستبعد من هذا التعبير المناطق اللارياضيين والرياضيين الذين ليسوا مناطق. لم يصل ليبنتز إلى فكرة الضرب المنطقى بين الحدود بهذا المعنى؛ بل لم ير (أ ب) ضربا منطقيا، وإنما رأى أن (أ ب) تعنى أن إضافة التصورين أ و ب لا زال هو ذاته تصور أ على أساس أن ب محتوى فى أ؛ ومن ثم لا زال تفسير ليبنتز مفهوما بحتا.

١٩- طوابع النسق الاستنباطي:

أ- تصور لينتز المنطق علما يمكن إقامته على نموذج النسق الاستنباطي في الهندسة الإقليدية، أي أن يكون البرهان على قضية ما ليس إلا استنباطا محكما من مجموعة من التعريفات والمبادئ والمصادرات. بذل لينتز محاولات عديدة حتى وصل إلى الموقف الذي يرضيه. رأى أولا إمكان إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة التعريفات فقط، دون حاجة إلى مبادئ أو مصادرات، بل رأى في المرحلة الأولى من بحثه أن ما سماه القدمات مبادئ يمكن أن تكون موضوع برهان وأنه لا توجد قضايا لا تقبل البرهان سوى مبدأ عدم التناقض^(٧) ونسوق الآن مثلا يضربه لينتز يبدأ من طائفة التعريفات وحدها. إذا أعطينا التعريفات الآتية:

$$(١) ١ + ١ = ٢$$

$$(٢) ١ + ٢ = ٣$$

$$(٣) ١ + ٣ = ٤$$

يمكن تقرير: $٢ + ٢ = ٢ + ٢$ (مبدأ الهوية)

$$(١ + ١) + ٢ = (١ + ١) + ٢$$

$$١ + (١ + ٢) =$$

$$١ + ٣ = (٢ + ٢)$$

$$٤ = (٣ + ١)$$

^(٧) S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, p. 483.

^(٨) Kneale, op. Cit., p. 333: النص مأخوذ من N. E., iv, vii. 10.

ب- نلاحظ على هذا المثال: (١) أن الانتقال من السطر الثاني إلى الثالث في التقرير يعتمد على قانون الترابط law of association للجمع، وسوف يكون عند المناطقة المحدثين موضوع برهان، وهو، ما لم يدركه لينتزر، (٢) فكرة العدد وفكرة الإضافة موضوع تعريف، لكن لم يتضح ذلك إلا حين تقدم البحث في فلسفة الرياضة على أيدي ديد كند وفريجة.

ح- نحن الآن بصدد خطوة تطويرية في فكر لينتزر حول النسق الاستنباطي إذ أدرك أن البرهان يستلزم مبادئ ومصادرات لا تقبل البرهان، ويبدأ منها البرهان على قضايا أخرى. لقد سجل في بحث عنوانه (مثال على الحساب المنطقي) Specimen calculi universalis قضايا نعتبرها مقدمات أولى تبدأ منها البراهين أو يبدأ منها النسق الاستنباطي للمنطق، نكتبها فيما يلي:

قضايا صادقة في ذاتها propositions true of themselves:

P هو P ، P ب هو P ، P لا يكون لا P ، لا P لا يكون P ، ما لا يكون P هو لا P ، ما لا يكون لا P هو P .

وواضح أن القضايا السابقة تعبر عن مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض وما يستنبط منهما؛ نلاحظ أيضا أن لينتزر وصل من القضايا السابقة إلى أن سلب السلب إيجاب، وقد سبقه إلى ذلك الرواقيون.

نتيجة صادقة في ذاتها Consequentia true of itself:

P يكون ب، ب يكون ح، إذن P يكون ح.

نلاحظ أن هذه الصيغة قريبة من صيغة الضرب الأول من الشكل الأول من أشكال القياس، ومن الواضح أن لينتري يأخذها كما لو كان مقدمة أولية لا تقبل البرهان؛ لكننا سنرى في محاولة له أكثر تطوراً أنه سيجعلها موضوع برهان.

مبادئ الحساب Principles of the calculus وهي خمسة:

(١) ما يكون محتوي في حروف غير محددة يمكن فهمه على أنه ناتج عن أي حروف أخرى تخضع لنفس الظروف مثال: إذا صدقت أن (أ ب هو أ)، يجب أن تصدق أن (ب ح هو ب).

(٢) تغيير مواضع الحروف في نفس الحد لا يغير من الصدق. مثال: (أ ب) تكافئ (ب أ).

(٣) لا قيمة لتكرار الحرف الواحد في نفس الحد. مثال: (ب هو أ أ).

(٤) يمكن تأليف قضية واحدة من أي عدد من القضايا بضم كل موضوعاتها في موضوع واحد، وكل محمولاتها في محمول واحد. مثال: من (أ هو ب، ح هو د، ه هو و) يمكن استنباط أن (أ ح ه هو ب د و).

(٥) إذا كان لدينا قضية يتألف محمولها من عدد من الحدود، فمن الممكن إعطاء عدة قضايا لكل منها نفس موضوع القضية الأصلية ولكل منها محمولا وكل منها جزء من محمول الأصل. مثال: يمكن من (أ هو ب ح د) أن نصل إلى (أ هو ب، أ هو ح، أ هو د)^(٩).

د- تعتبر هذه المبادئ قفزة هائلة في تفكير لينتري إذ وصل إلى أفكار رئيسية في جبر الأصناف وأنه كان يستخدم صيغا مثل (أ ب) التي تدل على ضرب

(٩) النص وارد في طبعة جير هارت، ج ٧ ص ٢٢٤، أخذناه عن:

Kneale. Op. Cit. P.338.

منطقي بين صنفين وكان يستخدم أيضا (أ أ هو أ) التي تعنى أن ضرب الحد في نفسه ينتج نفس الحد بلا زيادة، وأن (أ ب = ب أ) تعبر عن قانون تبادل المواضع Law of permutation.

٢٠- النسق الاستنباطي:

نأتى الآن على أكثر أبحاث لينتزر نضجا وتطورا في سلسلة محاولاته إقامة المنطق نسقا استنباطيا^(١٠) فبعد أن وصل في أبحاثه السابقة بشأن المنطق كنسق استنباطي إلى ضرورة البدء بقائمة تعريفات وبضع مبادئ محدودة العدد، شرع بعد ذلك في تحديد هذه القوائم، وسارع إلى استنباط نظريات منها، وقد وضع كل ذلك في صورة رمزية تستخدم حروف الهجاء رموزا إلى الحدود والعلاقات الحسابية ثوابت ولنسجل فيما يلي أهم قضايا النسق.

(تعريف ١): تكون الحدود هي أو متساوية إذا أمكننا استبدال أحدهما بالآخر كيفما شئنا دون تغير في صدق القضية. (أ = ب) تعنى أن أ و ب نفس الحد.
(تعريف ٢): تكون الحدود مختلفة إذا لم يمكن استبدال أحدهما بالآخر دائما. (أ ≠ ب) تعنى أن أ و ب مختلفان.

(قضية ١): إذا كانت أ = ب، فإن ب = أ. لأنه ما دامت (أ = ب) صادقة (فرضا)، يمكننا استبدال أ و ب أحدهما بالآخر (تعريف ١)؛ إذن ب = أ.
(قضية ٢): إذا كانت أ ≠ ب فإن ب ≠ أ. وإلا كان ينبغى أن نقول ب = أ، وبالتالي تكون أ = ب (قضية ١)، وهو مخالف للفرض.

(١٠) كتب البحث بلا عنوان ونجده في طبعة جيرهارت، جـ ٧، ص ٢٣٦.

(قضية ٣): إذا كانت $A = B$ ، $B = C$ ، فإن $A = C$. لأنه ما دامت $A = B$ (فرضا)، فإنه يمكن استبدال B بالحرف C (تعريف ١ حيث أن $B = C$)؛ إذن فالقضية صادقة.

(قضية ٤): إذا كانت $A = B$ ، $B \neq C$ ، فإن $A \neq C$. لأنه ما دامت $B \neq C$ (فرضا)، ويمكن استبدال الحرف B بالحرف A (تعريف ١) حيث أن $A = B$ (فرضا)؛ فإن $A \neq C$ صادقة.

(تعريف ٣): أ محتوى في س يساوي إمكان جعل س تتسق مع عدد من الحدود مأخوذة معا يكون أ أحدها. ($B + C = S$) تعنى أن B محتوى في س، وأن B و C معا يؤلفان س. يصدق نفس الشيء على عدد أكبر من الحدود.
(مبدأ ١): $B + C = C + B$.

(مصادرة): يمكن إضافة أى عدد من الحدود - مثل أ، ب - لتؤلف حدا واحدا مثل (أ + ب).
(مبدأ ٢): $A = A$.

(قضية ٥) إذا كان أ محتوى في ب، $A = C$ ، فإن C محتوى في ب، لأنه ما دام أ محتوى في ب (فرضا)، فإن استبدال الحرف C بالحرف أ (تعريف ١) يؤدي بنا إلى استنباط أن C محتوى في ب.

(قضية ٦): إذا كان C محتوى في ب، $A = B$ ، فإن C محتوى في أ. لأنه إذا استبدلنا أ بالحرف ب في القضية (C محتوى في ب)، حيث أن $A = B$ ، يلزم أن يكون C محتوى في أ.

(قضية ٧): أ محتوى في أ. لأن أ محتوى في أ + أ (تعريف ٣)؛ أ محتوى في

(قضية ٨): إذا كان $A = B$ ، فإن A محتوي في B . لأن A محتوي في A (قضية

(٧)، أي أن A محتوي في B .

(قضية ٩): إذا كان $A = B$ ، فإن $A + C = B + C$ لأن $A + C = A + C$

(صادقة في ذاتها)، وإذا استبدلنا الحرف A بالحرف B في أحد طرفي علامة المساواة، نصل إلى القضية المطلوبة.

(قضية ١٠): إذا كان A محتوي في B ، B محتوي في C ، فإن A محتوي في

C . لأنه إذا كان A محتوي في B (فرضا)، فإن $A + S = B + S$ (تعريف ٣)، وبالمثل، ما

دام B محتوي في C فإن $B + V = C + V$ ، وإذا وضعنا $A + S$ مكان B ، فإن $A + S +$

$V = C + V$ ، وإذن A محتوي في C (تعريف ٣)^(١١).

٢١- خاتمة وملاحظات على محاولات ليبنتز:

(أ) قدم ليبنتز محاولات عديدة لإقامة منطق جديد، لكنه لم يستطع أن يقدم لنا نظرية واحدة متكاملة، لاعتقاده أن أرسطو لا يخطئ. كانت تكشف عبقرية ليبنتز عن أفكار منطقية جديدة، فيبدأ في بحثها، ثم لا يلبث أن يتراجع عنها لوصوله إلى نتائج تخالف أرسطو فلا يصدق نفسه. أدرك مثلاً أن قضايا العلاقات تختلف عن القضايا الحملية، لكنه - إتباعاً لأسطوره - إلى حمليات واكتشف إمكان النظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف لأشياء بالإضافة إلى النظر إليها على أنها تدل على معان، لكن نظريته أن المحمول في كل قضية موجبة صادقة محتوي في موضوعها - أدت إلى اضطرابه في تصور الصنف، كما سنرى بعد قليل حيث رأى ليبنتز أيضاً فساد بعض قوانين المنطق الأرسطي مثل بعض قواعد العكس: لا تعكس

(١١) اخترنا القضايا السابقة من بين إحدى وعشرين قضية. راجع:

Kneale, op. Cit. Pp. 340-2.

الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة لأننا ثبت في الأولى علاقة بين تصورات دون أن تنطوى على وجود واقعي لأفراد موضوعها. بينما نقرر في الثانية وجودا واقعيا لأفراد موضوعها ، ومن ثم لا نستطيع الانتقال مثلا من القضية (كل ما يضحك إنسان) إلى القضية (بعض الناس ضاحكون)؛ وقد اكتشف لينتزر مبكرا فساد ضروب القياس التي مقدماتها كلية ونتائجها جزئية كانت تلك أمثلة من اكتشافات الفيلسوف المنطقية، لكنه كان حين يرى أنها معارضة لنظريات المعلم الأول، يتوقف في بحثه، ليبدأ بحث نفس النقطة المنطقية من جديد أو ليركها إلى نقطة أخرى، وهكذا.

(ب) إذا أردنا حصر محاولات لينتزر المنطقية أمكننا القول إنه وضع مبادئ نظرية سوف تسمى فيما بعد _جبر الأصناف_)، وأنه وضعها في نسق استنباطي رمزي. جعل الحروف الهجائية ترمز إلى الحدود في القضية، كما استخدم الثوابت العددية كعلامات الجمع والضرب والمساواة وبعض الثوابت المنطقية كالربط والفصل والتكافؤ، ووضع لبعضها رموزا وحاول لينتزر أن يضع نظريته الرهزية في نسق استنباطي فهو يضع منذ البدء في صراحة ووضوح قائمة من التعريفات والمبادئ والمصادرات ليستنبط منها نظريات، كما سبقت الإشارة . توصل مبكرا أيضا إلى بعض قوانين تحتذى علم الجبر مثل $(أ ب = ب أ)$ ، $(أ + ب = ب + أ)$ كما توصل إلى قوانين منطقية أخرى تختلف عن علم الجبر المألوف مثل $(أأ = أ)$ $(أ + أ = أ)$ ، ويكون لينتزر قد سبق بول في ذلك بقرن من الزمن دون أن يعلم أحد وقتئذ ماذا فعل ونلاحظ أيضا أن لينتزر اقتصر في محاولته المنطقية على منطق الحدود والأصناف، ولم يستطع التوصل إلى أفكار أصيلة في منطق العلاقات أو الدالات الرياضية بالرغم من أن قضية العلاقة والدالة الرياضية كانتا مألوفتين لديه، بل كان من عمالقة عصره في الرياضيات.

(ج) كانت نظرية ليننتز في جبر الأصناف مضطربة، وذلك لتعلقه بوجهة نظر المفهوم في الحدود، حتى حين أراد الثورة عليها؛ ويتبين هذا الاضطراب بوجه خاص في موقفه من الثوابت المنطقية التي تناولها وهي الاحتواء والربط والفصل. لقد عرف ثوابت الربط والفصل - لكن لا ثوابت بين قضايا كما رأينا عند الرواقيين، وما سوف نرى تطورها عند فريجة وأصحاب البرتكيبا - وإنما عرفها كروابط بين الحدود في القضية. لكن ليننتز فشل في إدراك أن الربط بين صنفين بمثابة ضرب منطقي بينهما، وأن الفصل بين صنفين بمثابة جمع منطقي بينهما. لقد فشل لأنه لم يميز بين الربط والفصل تمييزاً دقيقاً إذ جعل لهما رمزا واحداً وهو علامة الجمع في الحساب.

ولكن كيف كان يميز بينهما؟ حين كان ينظر إلى الحدود كتصورات - أي حين كان يضيف محمولاً لآخر - كان يقصد بعلامة الجمع ربطاً منطقياً بين الحدين. مثال: الإنسان = حيوان + مفكر؛ وحين كان ينظر إلى الحدود كأصناف من الأشياء، كان يقصد بعلامة الجمع فصلاً منطقياً. مثال: القضية (كل إنسان فان) تعنى أن ما نسميه كائناً فانياً إما صنف الناس أو صنف الحيوان أو صنف النبات، لكن التفسير الذي رآه ليننتز للحدود من جهة الما صدق ظل تفسيراً من جهة المفهوم.

الفصل الخامس

دى مورجان: رائد نظرية العلاقات

٢٢ - مقدمة :

(أ) أوغسطس دى مورجان A. De Morgan (١٨٠٦-١٨٧١) أحد كبار الرياضيين والمناطق الإنجليزية فى القرن التاسع عشر. كان أستاذ الرياضيات فى جامعة لندن فيما بين ١٨٢٨ و ١٨٣١، ثم أعيد إلى نفس الوظيفة عام ١٨٣٦ وظل بها حتى ١٨٦٦. كتابه المنطقى الأساسى هو المنطق الصورى: أو حساب الاستدلال الضرورى والاحتمالى, Formal Logic: or the calculus of Inference, Necessary and Probable Transaction of (منشورات جمعية كمبردج الفلسفية) Cambridge Philosophical Society (١٨٤٩ - ١٨٦٤)، وكان أحد أعضاء هذه الجمعية العاملين، كما كان عضواً فى (الجمعية الفلكية الملكية). أهم مقالاته المنطقية "فهرست لنسق مقترح للمنطق Syllabus of a Proposed System of Logic (١٨٦٠)، فى الشكل الرابع من أشكال القياس وفى منطق العلاقات. On The Syllogism IV and on The Logic of Relations (١٨٦٤)، وقد قرأ هذا البحث أمام جمعية كمبردج الفلسفية فى ٢٣ أبريل ١٨٦٠.

(ب) كانت نظرية كم المحمول مألوفة وقتئذ في أوساط المناطق، ويقترون ذكرها عادة بالسير وليم هاملتون Sir W. Hamilton (١٧٨٨-١٨٦٥)^(١) وجرت لهاملتون مع دي مورجان مساجلات حادة دامت عدة سنين، نشرت جميعا في منشورات جمعية كمبريدج السابق ذكرها - وتدور حول اتهام هاملتون أن دي مورجان سرق منه نظرية كم المحمول وأن دي مورجان ادعى سبق اكتشافه لها. نعم، كتب هاملتون في كم المحمول عام ١٨٢٣ بحثا عنوانه: المنطق: المقالات الإنجليزية الحديثة في الموضوع: Logic the Recent English Treatises on the Subject، ونشره في (مجلة أدنبره) Rev. Edin. بينما كتب دي مورجان عن النظرية عام ١٨٤٧ في كتابه المنطق الصوري؛ لكننا نلاحظ أن النظرية كانت معروفة قبل عام ١٨٢٣. لقد كتب عنها جورج بنتام في كتابه الذي يحمل اسم نسق جديد في المنطق Outline of a New System of Logic (١٨٢٧)، وقام هذا الكتاب على مخطوط كتبه عمه جيريمي بنتام وقد يكون هذا الكتاب أو غيره مرجع هاملتون ودي مورجان معا، ومن ثم كان اتهام هاملتون غريبا.

ج- لدى مورجان الفضل في موضوعين رئيسيين في المنطق: إصلاحه للمنطق التقليدي وإقامة مبادئ نظرية جديدة هي نظرية العلاقات. ولا بأس من إشارة سريعة إلى أهم تعديلاته على المنطق التقليدي مثل الحدود تدل على أصناف من الأشياء، لا على معان أو تصورات. ومن ثم كان دي مورجان يسمي الحدود (حدودا صنفية) class terms وفي ذلك يتسق مع نظرية كم المحمول

(١) لم نخصص في كتابنا مكانا لنظرية كم المحمول، لأنها كانت أقرب إلى تعديل المنطق التقليدي منها إلى المساهمة في تطوير المنطق الرياضي. وإن كانت قد وجهت المنطقة من بعد إلى النظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف من الأشياء لا تصورات، لما مهد إلى نظرية حساب الأصناف.

كما يذكرنا بليبنتز؛ حيث رفض التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية وصنفها تصنيفاً ثمانياً، وفق نظرية كم المحمول ووضع القضايا في صورة رمزية حيث ترمز حروف الهجاء فيها إلى الحدود، كما ترمز إلى الاستغراق والكيف بأقواس تسبق وتلحق تلك الحروف بأنحاء معينة وعرض قواعد التقابل بين القضايا وقواعد الاستدلال المباشر والقياس بأشكاله وضروبه في صورة رمزية لكننا نلاحظ أن مصطلحه الرمزي كان معقداً مرتبكاً فلم يأخذ به أحد ونحن نجد هذه التعديلات المنطقية وغيرها في كتاب المنطق الصوري^(١).

٢٣ - نظرية العلاقات:

(أ) خرج دي مورجان على المنطق التقليدي في اعتبار القضية الحملية الصورة الرئيسية والوحيدة لكل قضية، وإمكان رد أي صورة أخرى للقضية إلى الصورة الحملية فقد رأى أن قضية العلاقة - ما تحوي صنفين من الأشياء بينهما علاقة - صورة من القضية تختلف عن الحملية، ولا يمكن ردها إلى حملية بل أضاف أنه يمكن رد القضية الحملية إلى قضية علاقة، وقد كان يعلم أنه بصدد منطق جديد ومن ثم قال (.....) وهنا تنبثق الفكرة العامة للعلاقة، ولأول مرة في تاريخ المعرفة، أمكننا وضع أفكار العلاقة وعلاقة العلاقة في صورة رمزية^(٢).

(٢) انظر أيضاً:

C. I. Lewis, A Survey of Symbolic Logic, pp. 38-43.

وأيضاً:

A. N. Prior, Formal Logic, pp. 131 ff, 192 ff.
(3) Lewis, op. Cit., p. 51.

(ب) الرابطة والتعدي والعكس

بدأ دي مورجان بحثه في العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية copula التي تربط الموضوع والمحمول في القضية الحملية، في اللغات الأجنبية الحديثة. خذ القضية (محمد مجتهد) : تتألف هذه القضية من موضوع ومحمول، ولا رابطة لكن إذا ترجمت هذه القضية إلى كثير من اللغات الأوروبية الحديثة وجدناها تحوي رابطة - وهي في هذا المثال فعل الكينونة - لتربط المحمول بالموضوع حيث نلاحظ أن فعل الكينونة يقوم بوظيفة من الوظائف الثلاثة الآتية إذا دخل في قضية: (١) الحمل، كما هو الحال في القضية السابقة إذا صيغت في لغة إنجليزية أو فرنسية أو ألمانية، (٢) الوجود الفعلي مثلما نقول أن الله موجود ^{موجود} god exists أو godis؛ (٣) الهوية أو المساواة مثلما نقول (أ يكون ب) حين نريد أن نقول (أ = ب).

ح - حين بدأ دي مورجان بحثه في العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية اهتم بها حين تقوم بوظيفة الهوية دون وظائفها الأخرى ورأى أن الرابطة لا تقوم بهذه الوظيفة إلا إذا توفر شرطان: أن تكون متعدية transitive، وأن تكون عكسية Convertible ومن ثم أقدم على تعريف علاقتي التعدي والعكس فقد عرف علاقة التعدي بقوله إن (العلاقة متعدية حين يكون المتعلق بمتعلق إنما هو متعلق من نفس النوع) a relation is transitive when a relative of a relative is a relative of the same kind^(٤)؛ نسمى العلاقة متعدية - بعبارة أخرى - حين تربط حداً بحد آخر وتربط هذا الحد في نفس الوقت بحد ثالث ومن ثم تربط الحد الأول بالثالث؛ مثال ذلك: إذا كان $أ = ب$ ، $ب = ح$ فإن $أ = ح$. ومن أمثلة علاقة التعدي علاقات المساواة والمثابرة والسبق الزمني والكبر والصغر إلخ؛ وقد عرف دي مورجان العلاقة العكسية بأنها تلك العلاقة التي يمكننا أن نستبدل بها علاقة أخرى

^(٤) Ibid.

تؤدي نفس المعنى حين نغير ترتيب الحدود. علاقة (..... أ ب). عكس علاقة (..... ابن)، نقول عن القضية (أ أ ب ب) إنها تحوي علاقة عكسية بالقياس إلى القضية (ب ابن أ)^(٥).

د - وصل دي مورجان من دراسته للعلاقات المتعدية والعكسية إلى أن الرابطة المنطقية حين تؤدي وظيفة الهوية إنما هي علاقة متعدية، وأبان أنه يمكننا اتخاذ أي علاقة متعدية - وليست الرابطة فقط - معياراً لصحة بعض ضروب القياس التقليدي الذي مقدماته موجبة، وأن أي علاقة متعدية وعكسية معا تكون معياراً لصحة القياس الذي يحوي مقدمات سالبة لقد أتاح بحث العلاقة المتعدية والعكسية إلى إدراك دي مورجان أن نظرية القياس الأرسطية ليست إلا تطبيقاً لنظريته في العلاقات، أي أن الاستدلال القياسي ليس إلا ربط حدود ثلاثة بعلاقة متعدية أو متعدية عكسية.

٢٤ - خواص العلاقات:

درس دي مورجان علاقة السلب^(٦)، بعد علاقة الهوية والتعدي والعكس وميز بين سلب العلاقة. (... أ ب ...) عكس (... ابن ...)، لكن سلب العلاقة (... أ ب ...) هو الإتيان بنقيضها أو إنكارها - نغني أن (أ أ ب ب) سلبها هو (أ ليس أ ب ب) ومن ثم قدم دي مورجان عدة نظريات theorems تبين خواص العلاقات، فيما يلي أهمها:

(٥) لا حظ نيل أن ما سماه دي مورجان علاقة عكسية هي العلاقة التماثلية symmetrical r. في استخدام المناطق من بعد؛ لكننا نظن أن الملاحظة خاطئة لأن العلاقة التماثلية هي ما تكون هي حين نغير ترتيب الحدود، بينما العلاقة العكسية عند دي مورجان ليست كذلك؛ انظر: Kneale, op. Cit., p. 427.

(٦) كان دي مورجان يستخدم كلمة (ضد) contrary ليدل بها على كلمة سلب negative أو نقيض، انظر:

Kneale op. Cit., p. 428. وأيضا Lweis, op. Cit., p. 46.

(١) (سلب العكس سلب) contraries of converses are themselves contraries. القضية (أ أ ب ب) عكسها (ب ابن أ)، فإذا أردنا سلب القضية ب ابن أ نكون قد قمنا بسلب ولم نقوم بتقرير موجب.

(٢) (عكس السلب سلب) converses of contraries are contraries إذا أردنا سلب القضية (أ أ ب ب) قلنا (أ ليس أ ب ب)، فإذا أردنا عكس هذه القضية وقلنا (ب ليس ابن أ)، نكون قد وصلنا إلى سلب القضية الأصلية؛ أى أن القضيتين (أ أ ب ب) و (ب ليس ابن أ) متناقضتان.

(٣) (سلب العكس عكس السلب) The contrary of the converse is the converse of the contrary. هو (ب ليس ابن أ)؛ نجد أن هذه الأخيرة عكس (أ ليس أ ب ب) وهذه سلب القضية الأصلية.

(٤) إذا كانت علاقة ما محتواة في علاقة أخرى أو تتضمنها فإن عكس العلاقة الأولى محتوى في عكس العلاقة الثانية، وسلب العلاقة الثانية محتوى في سلب العلاقة الأولى. مثال ذلك إذا كانت العلاقة (أ أ ب ب) محتواه في (ح سلف د) فإن (ب ابن أ) محتواه في (د خلف ح) وأن (ح ليس سلف د) محتواه في (أ ليس أ ب ب).

(٥) (عكس ربط علاقة ما يتم بعكس كلا عنصري الربط وقلب ترتيبهما) The conversoin of a compound relation is accomplished by converting both components and inverting their order. ذلك: إذا كان (أ معلم ابن ب) فإن (ب أ ب تلميذ أ) (نفترض أن العلاقة معلم) عكس العلاقة (.... تلميذ)؛ الربط علاقة من الدرجة الثانية أى علاقة

تربط علاقيتين أخريتين: فإذا كان لدينا علاقتان مثل (معلم وابن) يمكننا ربطهما بجعلهما علاقة واحدة مركبة تربط بين حدين مثل أ و ب^(٣).

٢٥ - قانونا دي مورجان:

أ- يبدو أن العلاقات عند دي مورجان نوعان. علاقات من الدرجة الأولى وعلاقات من الدرجة الثانية. كلمات أ ب ، ابن ، قبل ، بعد ، أكبر من ، أصغر من ، يساوي ، يشبه ، يختلف عن ، يعطى ، يجب ... إلخ أمثلة لعلاقات من الدرجة الأولى، وتربط بين حدين أو أكثر. أما العلاقات من الدرجة الثانية فهي علاقات تجرى على العلاقات السابقة، ويسمى دي مورجان (علاقة العلاقة) ومن أمثلتها علاقات العكس والسلب والتعدي والجمع والربط ونخص بالذكر هنا علاقتي الربط والجمع، تجرى علاقة الربط على حدين يرتبطان بعلاقيتين من الدرجة الأولى، مثل (ابن عم صديق ...)، (معلم ابن ...)؛ مثال على علاقة الجمع بين علاقيتين: (..... معلم وابن ...) أن أ معلم ابن ب أو ابن آخر لـ ب على افتراض أن ب له أكثر من ابن.

ب- استطاع دي مورجان من دراسة الخصائص السابقة للعلاقات أن يصل إلى نظرية هامة منطوقها: (سلب جمع ما هو ربط سلبي الحدين المجموعين، وسلب ربط ما هو جمع سلبي الحدين المرتبطين)، The negation of an aggregate is the compound of the negative of the aggregants; the negation of the compound is the aggregate of the components تبين هذه النظرية إمكان تعريف الربط بين علاقيتين عن

^(٣) انظر : Lewis, op. Cit., pp. 46-8.

طريق السلب والجمع وإمكان تعريف الجمع عن طريق السلب^(٨). ولقد طبق المنطق الرمزي هذه النظرية فيما بعد على القضايا في أن الربط بين قضيتين يكافئ سلب الفصل بين سلب القضيتين، وأن الفصل بين قضيتين يكافئ سلب الربط بين سلب القضيتين حيث يقول لوكاشيفتش أن وليم أوف أوكام سبق دى مورجان إلى القانون السابق، ويضيف كواين Quine أن بطرس الأسباني petrus Hispanus نادى به في القرن الثالث عشر الميلادي^(٩)، لكن تشيرش A. Church رأى أن القانون بالصورة التي ينتفع بها المنطق الرياضى الحديث لم يقل به أحد قبل دى مورجان^(١٠).

٢٦ - خاتمة:

كانت لدى مورجان مواقف منطقية لها قيمتها إذ اتخذ وجهة النظر الصنفية في النظر إلى الحدود، واصطنع اللغة الجبرية في صياغة القضايا واستطاع التعبير عن قواعد المنطق التقليدي وقوانينه وضروب الأقيسة في صورة رمزية. لكن أكثر مواقفه المنطقية أهمية هي اكتشافه نوعين مختلفين من القضية غير الحملية، هو قضية العلاقة، فدرس العلاقات التي يمكن أن تقوم بين الحدود في قضايا وذكر بعض أنواعها، وخصائصها، وبعض قوانينها. واستطاع أن يظهر المنطق التقليدي على أنه منطق علاقات ويستفيد المناطق الرمزيون من بعده في استخدام بعض قوانينه في

(٨) كان دى مورجان يستخدم كلمة compound لتعني ما قصده المنطقة من بعده ما تعنيه كلمة (الربط) conjunction، كما كان يستخدم كلمة aggregate لتعني ما قصده المناطقة من بعده ما تعنيه كلمة (الفصل) disjunction.

(٩) Quine, Methods of Logic, p. 53.

(١٠) مقالة Church عن دى مورجان في معجم رونز الفلسفي ص ٧٦.

إقامة نظريات جديدة لم يعرفها هو، مثل حساب القضايا وحساب المحمول ونلاحظ أيضا أن جهد دي مورجان في إقامة مبادئ منطق العلاقات يعتبر جهد المكتشف لأرض جديدة دون مسحها مسحا دقيقا، وسوف يساهم بيرس في إقامة (حساب العلاقات) مستفيدا من أبحاث دي مورجان ومطورا لها في جبر على نسق نظرية بول في جبر الأصناف.

الباب الثاني

شروق المنطق الرمزي

الفصل السادس

جورج بول: مؤسس نظرية جبر الأصناف

٢٧ - مقدمة:

يعد جورج بول G. Boole (١٨١٥-١٨٦٤) بحق مؤسس المنطق الرمزي لأنه وضع مبادئ أولى نظرياته، وهى نظرية (حساب الأصناف) Calculus of classes (وكان يسمها هو "حساب المنطق" Calculus of Logic) ونلاحظ أن الرياضيات كانت موضوع الدراسة الأصيل عند بول منذ حداثته، لا المنطق، وأنه دخل إلى المنطق بصدفة عابرة، ثم تعلق به من بعد فقد اضطر إلى البحث عن عمل فى صباه، لفقر أبيه، فاشتغل معلما فى مدرسة وهو فى السادسة عشر، وكان يقبل على القراءة فى وقت فراغه؛ قيل إنه قرأ بيكوك Peacock وجريجورى Gregory وروان هاملتون Rowan Hamilton ودى مورجان، وهم رياضيون معاصرون لبول ومشاهير بأبحاثهم القيمة فى الرياضيات العليا.

كتب بول عدة مقالات فى الجبر والتحليل، نال بعد نشرها جوائز مالية تقديرا له وتشجيعا. قرأ بمحض الصدفة - فى غمرة قراءاته الرياضية - المساجلات الحادة بين وليم هاملتون ودى مورجان حول اتهام الأول أن الثانى سرق منه نظرية كم المحمول وادعى السبق فى صياغتها؛ ولاحظ بول من تلك المساجلات أن هاملتون يرفض إدخال الرياضيات فى علم المنطق، فحفزه ذلك إلى تكوين منطق يقوم على الرياضيات، اتصل بول بدى مورجان ورأى اتفاقه معه فى الاتجاه

- الاهتمام بالرياضيات ومحاولة إقامة منطق يستخدم الرموز - فاقترح عليه بول أن يتبادلا الحديث فيما لديهما من أفكار جديدة، لكن دي مورجان نصحه - بعد خبرته القاسية مع وليم هاملتون - ألا يتبادلا الآراء إلا بعد أن ينشر كل منهما آراءه فقدم بول أول كتبه في المنطق: التحليل الرياضى للمنطق، مقالة في حساب البرهنة الاستنباطية The Mathematical Analysis of Logic, being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning (١٨٤٧)، في نفس السنة التى نشر فيها دي مورجان المنطق الصورى، وقيل أن الكتابين ظهرا فى دور النشر فى يوم واحد. كتب بول فى السنة التالية مقالا يوضح فيه مشروعه الجديد للمنطق عنوانه (حساب المنطق) نشره فى (مجلة كمبريدج الرياضىة) Cambridge Mathematical Journal وذاع صيته وقتئذ، فعين أستاذ للرياضيات فى جامعة كورك Cork بأيرلندا عام ١٨٤٩، حيث عكف على كتابة كتابه المنطقى الكبير بحث فى قوانين الفكر تقوم عليها النظريات الرياضىة فى المنطق والاحتمالات An Investigation of the laws of thought on which are founded the Mathematical theories of Logic and Probabilities (١٨٥٤)، وانغمس بول فى ذلك البحث لدرجة أنه قال وقتئذ إن المنطق أصبح دراسته الجادة، بينما كان يتجه إلى الرياضيات للترويح عن النفس.

٢٨- جبر الأصناف والمنطق الرمزى:

أ- أراد بول إقامة منطق على نموذج علم الجبر، يستخدم حروف الهجاء رموزا، وعلامات العمليات الحسابية كالجمع والضرب إلخ، ويقيم القضايا على صورة معادلات تعبر عن مساواة بين طرفيها، ثم يحاول من هذه، استنباط قضايا أخرى. ويختلف جبر المنطق عند بول عن الجبر المألوف فى أمور عدة: تدل حروف الهجاء

فى الجبر المألوف على أعداد، بينما تدل فى المنطق على أصناف، تقتصر قيم القضايا كمعادلات فى جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح، كما تختلف بعض قوانين جبر الأصناف عن قوانين الجبر المألوف، كما سنرى.

أراد بول للمنطق أن يكون علما رمزيا، والرموز فى المنطق الرمزي - كما أشرنا فى فصل سابق - نوعان هما المتغيرات والثوابت ونجد فى جبر بول كلا النوعين. إلا أنه استخدم كلمة (متغيرات) ولم يستخدم كلمة (ثوابت)؛ أما الثوابت التى نجدها فى منطق بول فهى ثوابت الرياضه كعلامات الجمع والطرح والقسمه والمساواة والصفر والواحد الصحيح. كان يستخدم - كرموز لمتغيرات - الأحرف الثلاثة الأخيرة من هجاء الإنجليزية وهى X, Y, Z وسنصطنع هنا الحروف (هـ) بدلا من X ، (و) بدلا من Y ، و(ى) بدلا من Z ، وكان بول يرمز بهذه المتغيرات إلى أصناف، ورموز الأصناف عند بول بديلة للحدود فى المنطق التقليدى.

ب- الصنف الشامل والصنف الفارغ:

يبدأ بول حديثه عن الأصناف بتمييزه بين نوعين منها. (الصنف الشامل) universe class، و(الصنف الفارغ) null-class ويسمى النوع الأول أحيانا (عالم الأشياء المتصورة) universe of conceivable objects ويعنى به الصنف الذى يكون كل شىء عضوا فيه⁽¹⁾. وهذا التعبير الأخير مضلل، لأنه يوهم أن بول يعنى الحديث عن صنف يضم كل الأشياء فى الكون، وهو ما لا يقصده. و (عالم المقال) universe of discourse هو تعبير أدق من وضع دى مورجان لتصحيح بول. ونوضح (عالم المقال، بمثال: أفرض أننا نتحدث عن صنف الناس، وأردنا

⁽¹⁾ C. I. Lewis, A survey of Symbolic Logic, p. 52.

الاهتمام بجزء منه وهو صنف المصريين. يمكننا تقسيم الناس - طبقا لاهتمامنا - إلى المصريين واللا مصريين (اللا مصريون هم الأجانب أو كل إنسان ما عدا المصري). ونقول عن المصريين واللا مصريين أنهم يؤلفون صنفين وهذان الصنفان يؤلفان عالم المقال. وبالمثل نقول عن الذكور والإناث أنهما يؤلفان عالم المقال، في سياق الحديث عن صنف الحيوان، وعن الجمهور والحكام أنهما يؤلفان عالم المقال، في سياق الحديث عن المواطنين في الدولة، وهكذا فالصنف الشامل أو عالم المقال صنف يضم كل شيء في سياق الحديث موضوع اهتمامنا. نلاحظ أن بول ميز في الصنف الشامل بين الصنف و (الصنف السالب) complementary؛ صنف اللا مصريين سلب صنف المصريين؛ كان الصنف الشامل يحوى الصنف وسلبه^(٢)، ورمزه عند بول هو الواحد الصحيح. أما الصنف الفارغ (ويسميه بول أيضا "صنف اللا شيء" class of nothing فهو الصنف الذى لا توجد له في الواقع أمثلة، ويرمز إليه بالصفري؛ ومن أمثلة الصنف الفارغ: الدائرة المربعة، ملوك فرنسا في القرن العشرين، الأعداد الزوجية الأولية أكبر من العدد ٢.

ح - المساواة:

يستخدم بول علامة المساواة لتدل على أن لصنفين نفس الأعضاء؛ (هـ = و) تدل على أن الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذى نرمز إليه بالحرف (هـ) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذى نرمز إليه بالحروف (و). إذا كان هـ يرمز إلى الحيوان المفكر، (و) إلى الحيوان الذى يمشى على رجلين ولا ريش له. قلنا إن كل أفراد الصنف الأول هم كل أفراد الصنف الثانى وهم أفراد الإنسان.

(2) De Morgan, Formal Logic, p. 42.

د - الضرب المنطقي:

يستخدم بول علامة الضرب للدلالة على أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفاً واحداً جديداً، يضم الأشياء التي تنتمي إلى كلا الصنفين معاً. افترض أننا استخدمنا (هـ) لترمز إلى صنف العلماء، والحرف (و) إلى صنف المتواضعين فإن التعبير (هـ × و) أو (هـ و) يدل على صنف العلماء المتواضعين، بحيث نستبعد من الصنف الجديد أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء. لقد سمى المناطق بعد بول هذه العملية (الضرب المنطقي) logical product. ونلاحظ أن لينتز قد أدرك وجه الشبه بين الربط conjunction في التصورات، والضرب في الأعداد، لكنه لم يستطع صياغة هذا الشبه صياغة دقيقة، ويرجع إلى بول الفضل الأول في تلك الصياغة⁽³⁾ وقد توصل بول من عملية الضرب المنطقي بين الأصناف إلى قانون في جبر المنطق يختلف عن مثيله في الجبر المألوف ونعني به أن المعادلة هـ = هـ صحيحة في جبر الأصناف وإن كانت كاذبة في الجبر المألوف إلا إذا كانت قيمة هـ صفراً أو الواحد الصحيح، ويفسر بول صحتها بقوله إن تداخل صنف في ذاته يؤدي إلى ذات الصنف ولا يضيف إليه جديداً؛ صنف المصريين مضروباً في صنف المصريين هو صنف المصريين أنفسهم بلا زيادة. وهناك قانونان آخران عند بول في جبر الأصناف: ١ × هـ = هـ، صفر × هـ = صفر. إذا رمزنا بالواحد الصحيح إلى صنف الناس، وبالحرف هـ إلى المصريين، وأردنا تحديد الأعضاء الذين ينتمون إلى الصنفين معاً، وجدنا أنهم المصريون فقط؛ إما الصنف

⁽³⁾ Kneale, the Development of Logic, p. 404.

الذى ينتمى إلى المصريين وإلى صنف لا أفراد له فى الواقع. فهو صنف لا أفراد له. نلاحظ أن هذين القانونين الآخرين صادقان أيضا فى الجبر المألوف.

هـ - القسمة الجبرية^(٤)

لقد فكر بول فى استخدام عملية القسمة الجبرية فى الأصناف؛ وقد حاول ذلك على أساس أن القسمة عكس inverse عملية الضرب ويمكننا الانتقال من الصيغة هـ = وى إلى الصيغة ى = $\frac{هـ}{و}$ ، والمقصود أن ى تدل على الصنف هـ باستبعاد الصنف و، فإذا قلنا يمكننا الوصول إلى صنف الناس بضرب منطقي بين صنف الحيوانات وصنف الكائنات المفكرة، يمكننا القول أن صنف الحيوان $\frac{\text{صنف الإنسان}}{\text{صنف الكائنات المفكرة}}$ ، نعى أنه إذا استبعدنا صنف الكائنات المفكرة من صنف الإنسان، حصلنا على صنف الحيوان. لقد لاحظ التالون لبول أن فى تطبيقه القسمة على الأصناف تعسفا، فمثلا لا معنى للقسمة بين الأصناف إذا كان الصنف المقسوم عليه جزءا من المقسوم. إذا قلنا أن الكائنات المفكرة هى جزء من صنف الناس^(٥).

و - الجمع المنطقي:

استطاع بول أن يصوغ صياغة دقيقة ذلك التشابه بين الفصل disjunction فى الأصناف والجمع فى الأعداد. لقد استخدم (هـ + و) ليدل على صنف الأفراد الذين ينتمون إلى الصنف هـ أو إلى الصنف و، لكن لا ينتمون إلى كليهما معا. افرض أننا رمزنا بالحرف هـ إلى صنف الحيوان الذى يمشى على أربع،

(٤) تقترح هذه التسمية للدلالة على القسمة فى الأصناف، حتى لا تختلط بالقسمة المنطقية التى استخدمها أفلاطون كنظرية فى تعريف التصورات.

Kneale, op. Cit., pp. 408 – 9.

(٥) انظر

وبالحرف وإلى صنف الحيوان الذى يمشى على بطنه، وبالحرف أ إلى صنف الثعابين، وأردنا معرفة أى الصنفين تنتمى إليه أفراد الثعابين، قلنا أن أ ينتمى إلى هـ أو ينتمى إلى و، لكن لا ينتمى إليهما معا. ولقد سمى التعبير (هـ + و) من بعد بالجمع المنطقى Logical sum. وقد توصل بول من فكرة الجمع المنطقى بين الأصناف إلى معادلة تختلف عن الجبر المألوف، وهى (هـ + هـ = هـ)؛ ويفسر صدق هذه المعادلة بأننا إذا رمزنا إلى صنف ما بالحرف هـ، وأردنا مضاعفة ذلك الصنف بإضافته إلى ذاته، فإننا لن نحصل فى حاصل الجمع على تضعيف الصنف وإنما على الصنف نفسه بلا زيادة. سوف نعرف من بعد أن هذه المعادلة لا تتسق مع فهم بول للجمع المنطقى ومن ثم يلزم تغيير تعريفه للجمع حتى تكون المعادلة صحيحة^(٦).

ز - الطرح المنطقى:

انتقل بول من عملية الجمع المنطقى إلى الطرح المنطقى، كما انتقل من عملية الضرب إلى القسمة فيدل التعبير (هـ - و) على طرح بين صنفين، فإذا كان هـ = و + ى فإن ى = هـ - و مثال ذلك إذا دل هـ على صنف الناس، (و) على صنف الحيوانات، (ى) على الكائنات المفكرة فإن هـ = و + ى، وبالتالي ى = هـ - و، أى أن صنف الكائنات المفكرة هو صنف الإنسان مستبعدين منه صنف الحيوان. نلاحظ أن بول يستخدم الطرح أيضا ليعبر عن الصنف السالب ورمزه (١ - هـ) فافرض أننا رمزنا بالواحد الصحيح إلى كل الناس، كصنف شامل أو عالم مقال، وبالحرف هـ إلى المصريين، فإن ١ - هـ يدل على كل الناس ما عدا المصريين.

(٦) انظر الفقرة: ٣٤.

٢٩- جبر الأصناف والقضية الحملية

أ- تناول بول التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية تناولا ينطوي على أن ترمز الحدود إلى أصناف لا إلى تصورات، وأن تصاغ القضية في صورة معادلة تحوى علامة المساواة ويكون أحد طرفي المعادلة صفرا أو واحدا صحيحا. سنرمز إلى موضوع القضية الحملية بالرمز (هـ)، وإلى المحمول فيها بالرمز (و) فيما يلي، يستخدم بول أيضا الرمز (V) ليدل على سور القضية الجزئية في المنطق التقليدي، وسوف نعطي الحرف (ج) ترجمة له؛ هاء قائمة التصنيف الرباعي للقضية الحملية عند التقليديين، في مصطلح بول:

ك م	: كل هـ هو و	هـ (١ - و) = صفر
ك س	: لا هـ هو و	هـ و = صفر
ح م	: بعض هـ هو و	هـ و = ح أو هـ و \neq صفر
ح س	: بعض هـ ليس و	هـ (١ - و) = ح أو هـ (١ - و) \neq صفر

خذ القضية كل الرياضيين يستخدمون الاستنباط لتوضيح قائمة بول؛ سنفترض أن هذه القضية صادقة؛ ونرمز بالحرف (هـ) إلى صنف الرياضيين، بالحرف (و) إلى من يستخدم الاستنباط، وبالأولاد إلى عالم المقال وهو هنا الرياضيون والذين ليسوا رياضيين، (١ - و) ترمز إلى الذين لا يستخدمون الاستنباط. والآن يمكننا التعبير عن الكلية الموجبة في الصورة هـ (١ - و) = صفر، وهذه تعني أن صنف الأفراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط هـ و = صفر، أي أن الرياضيين الذين يستخدمون الاستنباط صنف فارغ (بافتراض صدق الكلية السالبة هنا). الجزئية الموجبة وهي هـ و = ح (أو هـ و \neq صفر) تعني أن الأفراد الذين هم رياضيون

ويستخدمون الاستنباط معا صنف له وجود وليس صنفا فارغا. الجزئية السالبة وهى هـ
(١-و) = ح تعنى أن الأفراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط لهم وجود
واقعى ولا يمثلون صنفا فارغا (بافتراض صدق الجزئية السالبة).

ب- نلاحظ هنا أن بول أدرك نقطة كان قد أدركها لينتز من قبل، لكن
الأخير لم يصدق نفسه فتراجع عنها، وهى أن القضايا الجزئية تنطوى على تقرير
وجود واقعى لأفراد موضوعها أى أن لموضوع هذه القضايا أفرادا فى الواقع، بينما
لا يتحتم أن تنطوى القضايا الكلية على هذا التقرير^(٧). أدرك بول هذه النقطة - وهو
أول من قرررها - إذ لم تكن مخطوطات لينتز المنطقية قد نشرت فى أيامه لكن بول
لم يلق عليها ضوءا خاصا، رغم أهميتها.

٣٠- قوانين جبر الأصناف

وصل بول من أفكاره السابقة عن إمكان إقامة المنطق على نموذج الجبر
إلى معادلات هامة فى منطق الأصناف، هى بمثابة قوانين أساسية لهذا المنطق،
نذكر أهمها فيما يلى:

$$(١) \text{ هـ} + \text{و} = \text{و} \quad (٢) \text{ هـ} + \text{و} = \text{و} + \text{هـ}$$

$$(٣) \text{ ي} (\text{هـ} + \text{و}) = (\text{ي} + \text{هـ}) \text{ و} \quad (٤) \text{ ي} (\text{هـ} - \text{و}) = (\text{ي} - \text{هـ}) \text{ و}$$

$$(٥) \text{ إذا كان هـ} = \text{و} \quad \text{فإن هـ} = \text{ي}$$

$$(٦) \text{ إذا كان هـ} = \text{و} \quad \text{فإن ي} + \text{هـ} = \text{ي} + \text{و}$$

$$(٧) \text{ إذا كان هـ} = \text{و} \quad \text{فإن هـ} - \text{ي} = \text{و} - \text{ي}$$

$$(٨) \text{ هـ}^2 = \text{هـ}$$

^(٧) Kneale, op. Cit., p. 411-3.

نلاحظ على القوانين السابقة (أ) أن لبول الفضل الأول فى إدخال قوانين الجبر فى المنطق، وسوف يقبل الفلاسفة اللاحقون بعض تلك القوانين ويضيفون إليها قوانين أخرى، بل سوف يطبقونها على نظريات أخرى فى المنطق الرمزى، نعى نظرية حساب القضايا التى لم يعرفها بول. (ب) أن القانون الثامن مختلف عن مثيله فى الجبر المألوف، كما أوضحنا من قبل. (ج) أن القانون الخامس لا يقبل العكس فى الجبر المألوف أو فى الأصناف – لا يقبل العكس بمعنى أنه إذا كان $هـ =$ $ى$ فإننا لا نستطيع القول إن $هـ = و$ ، إلا إذا كانت قيمة $ى$ صفرا.

٣١- خاتمة

أ- يعتبر جهد بول فى جبر الأصناف نقطة البداية الحقيقية فى المنطق الرمزى، لكن نقطة البداية تحمل فى طياتها دائما أخطاء أو فجوات أو الأمرين معا، ومن ثم جاء المنطقة المعاصرون له واللاحقون مصححين لبعض أخطائه أو مطورين لنظرياته وتؤخذ على بول ثلاثة اعتراضات أساسية: (١) نظريته المنطقية أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق، بل كانت مقصورة على جبر محدود يتناول عددين فقط دون سائر الأعداد فى قوانينها ومعادلاتها. (٢) لم يفسح بول فى منطق رموزا لتصورات – أو ثوابت – منطقية أساسية مثل الاحتواء inclusion. نعم لقد عرف بول الاحتواء لكنه كان يرمز إليه بعلامة المساواة، وذلك خلط بين المساواة والاحتواء. (٣) لقد تعسف بول فى تطبيق بعض العمليات الجبرية فى المنطق مثل عمليتى الطرح والقسمة إذ لا يمكن تناولهما تناولا منطقيا دقيقا. (٤) قد يكون بول أول من أحرز تقدما محدودا فى إقامة منطق رمزى، لكنه لم يحاول إقامته نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة.

ب- لقد تنبه المعاصرون واللاحقون إلى أهمية الباب الذى طرقه بول فى المنطق، وأدركوا ما فى نظريته من أخطاء وفجوات، وحاولوا إصلاحها أو تطويرها. بدأ ستانلى جيفونز العمل، وأعلن أن بإمكانه الوصول إلى نتائج بول بخطوات منطقية بحتة دون الحاجة إلى علم الجبر، كما أصلح بعض أخطاء بول، ووافق تشارلز بيرس على إصلاحات جيفونز لكنه احتفظ ببرنامج بول الجبرى، وطور جبر الأصناف، واستفاد من دى مورجان بإقامة منطق العلاقات فى إطار جبرى، وأكمل أرنست شرويدر عمل بيرس فى نسق واسع وأخيرا حاول هنتنجتون إقامة جبر بول فى نسق استنباطى بوضع مصادراته كمقدمات أولية لنظرية الأصناف. ولقد كان فريجة وبيانو يقومان فى نفس الوقت ببناء منطقى ضخيم، ليست نظرية بول سوى قطاع صغير منه.

الفصل السابع

المنطق الرمزي بعد بول

١- جيفونز

٣٢- مقدمة :

وليم ستانلي جيفونز W. S. Jevons (١٨٣٥-١٨٨٢) منطقي إنجليزي مرموق، وأحد رجال الاقتصاد السياسي في زمانه. تتلمذ لدى مورجان في الرياضيات، وكان صديقا لبول وتبادل معه مراسلات. شغل وظيفة أستاذ المنطق والأخلاق والاقتصاد السياسي في جامعة مانشستر ولندن فيما بين ١٨٦٦ و ١٨٨٠. كتب في المنطق التقليدي وإصلاحه مستفيدا من مواقف وليم هاملتون ودي مورجان وبول، كما كتب في الاستقراء وحساب الاحتمالات ومناهج البحث العلمي، ولم يدخر جهدا في توجيه اعتراضاته اللاذعة على مواقف جون مل المعاصر له فيما يختص بالاستقراء ويهمننا من أبحاثه المنطقية ما له ارتباط مباشر بمنطق بول. لقد أراد جيفونز تقديم المنطق التقليدي في ثوب جديد كما أراد في نفس الوقت الوصول إلى نتائج بول دون حاجة إلى علم الجبر.

٣٣- الاستدلال غير المباشر

نكتفي من مواقفه في المنطق التقليدي بالإشارة إلى موقف جديد من الاستدلال غير المباشر ينطوي على أن القياس الأرسطي التقليدي ليس النموذج الوحيد للاستدلال، كما أنه سوف يساعده على اختراع نواة للعقل الحاسب computer نتمكن بفضل من القيام باستدلالات منطقية بطريقة آلية حين رأى أنه يمكننا إقامة استدلال غير مباشر يحوى أي عدد من المقدمات وأي عدد من

الحدود، دون التقيد بثلاثة حدود وثلاثة قضايا. خذ مثلاً استدلالاً ذا ثلاثة مقدمات:
الكائن الحي نبات أو حيوان.

النبات يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

الحيوان يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

لدينا هنا ثلاث مقدمات وأربعة حدود، فإذا رمزنا بالحرف أ إلى (الكائن الحي) وبالحرف ب إلى (النبات) وبالحرف ح إلى (الحيوان)، وبالحرف د إلى (يتألف من)، أمكن وضع المقدمات السابقة في صورة رمزية كما يلي:
أ يكون ب أو ح.

ب يكون د

ح يكون د

لكي نتوصل إلى نتيجة الاستدلال، نقوم بالتركيبات combinations الممكنة بين حدوده ومقدماته. سوف يمثل الحرف ب الحد المذكور موجبا، والحرف ب نفس الحد سالبا، ونتخذ نفس الطريق مع الحروف ح و د سوف نجد أن لدينا ثمانية احتمالات ناتجة عن تركيب الحدود الأربعة السابقة، كما يلي:

(١) أ ب ح د (٢) أ ب ح د̄ (٣) أ ب ح̄ د (٤) أ ب ح̄ د̄
(٥) أ ب̄ ح د (٦) أ ب̄ ح د̄ (٧) أ ب̄ ح̄ د (٨) أ ب̄ ح̄ د̄

حين ننظر إلى التركيبات السابقة نضطر إلى استبعاد الاحتمالين ٧ و ٨ لتناقضهما مع المقدمة الأولى (أ يكون ب أو ح) واستبعاد الاحتمالين ٢ و ٤ لتناقضهما مع المقدمة الثانية (ب هو د)، واستبعاد الاحتمال ٦ لتناقضه مع المقدمة الثالثة — ح هو د) وتبقى لدينا احتمالات ثلاثة: أ ب ح د، أ ب ح̄ د، أ ب̄ ح د فنجد بالنظر إليها أنها تتسق مع د في كل الحالات ومن ثم نستنتج أن الكائن الحي يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت. هذا مثل يضربه جيفونز لبيان أنه يمكن الإتيان باستدلال غير

مباشر يتألف من عدد من الحدود والمقدمات ونلاحظ أنه إذا كان لدينا ثمانية حدود لخرج منها ستة عشر تركيباً ممكناً^(١) ولكن جيفونز أدرك صعوبة الوصول إلى نتيجة استدلال حين يكثر عدد مقدماته، فبحث عن وسيلة لتسهيل عملية الاستدلال، فاخترع ما سماه (الآلة المنطقية) Logical machine لأداء التركيبات المطلوبة بين الحدود والوصول إلى نتيجة أى استدلال دون أى جهد عقلي.

٣٤- الآلة المنطقية:

اخترع جيفونز تصميماً للآلة المنطقية، وكان بذلك صاحب الفضل الأول في وضع نواة لاختراع العقل الحاسب Computer. تتألف آله من شيء شبيه بالبيانو في وضع رأسى لا أفقى، وتحوى قطعاً خشبية مثبتة عليها حروف الهجاء ورموزاً للرابطة المنطقية وأداة الفصل وكلها في ترتيب معين وعلى نحو يسهل تحريكها باليد ويمكنك بفضل هذه الآلة الوصول إلى التركيبات الممكنة بين الحدود التي تؤلف أى عدد من المقدمات. لقد وضع جيفونز تصميمه لآله عام ١٨٦٩ وتحدث عنها في محاضرة ألقاها أمام (الجمعية الملكية) Royal Society وقد الآلة لأعضاء هذه الجمعية في ٢٠ يناير ١٨٧٠، ثم نشرت المحاضرة في (المنشورات الفلسفية للجمعية الملكية) Philosophical Transactions of the Royal Society في نفس السنة، وعنوانها (في الأداء الآلى للاستدلال المنطقي) on the Mechanical Performance of Logical inference. ولقد أشار جيفونز إلى آله في كتابه مبادئ العلم: مقالة في المنطق والمنهج العلمي (١٨٧٤) Principles of Science: A Treatise on Logic and Scientific Method. وقد طور كثير من العلماء عمل جيفونز: إذ صمم ألان ماركاند Allan Marquand آلة تعمل بالكهرباء عام ١٨٨٥، وقدم كالن T. A. Kalin وبوركهارد W. Burkhard من هارفارد أول تصميم لعقل حاسب كهربى electric

^(١) S. Jevons, Elementary Lessons in Logic, pp. 191-99.

computer عام ١٩٣٧ لحل معادلات في جبر بول تصل إلى اثني عشر متغيراً^(٢) ونلاحظ أن العقل الحاسب الذي تستعمله الدول المتقدمة في أبحاثها المختلفة ولخدمة أغراضها العلمية إنما يقوم في تصميمه على استخدامه الثوابت المنطقية التي سيكشف عنها المنطق الرمزي كالربط والفصل والسلب والشرط. خذ مثلاً لما يمكن أن يقوم به العقل الحاسب لأداء عملية معقدة: (إذا تحقق الشرطان أ وب مثلاً، فإنه يؤدي العملية ح، وإذا أدت العملية ح إلى د أو ه فإنه يستمر في أداء العملية و، وكذلك يؤدي العملية ز، وهكذا)^(٣).

٣٥- تصحيح بول

تقدم جيفونز بالنقد لأفكار بول الآتية: (أ) اعترض على تعريف بول للجمع المنطقي بين الأصناف فقد قال بول إن التعبير عن الجمع المنطقي يدل على صنف بحيث أن فرداً ما يمكن اندراجه في أحد الصنفين لكن لا يندرج فيهما معاً، لكن جيفونز رأى المعادلة $ه + ه = ه$ (أحد قوانين بول) لا يمكن تفسيرها حسب ذلك التعريف للجمع، واقترح أن يكون الجمع المنطقي دالاً على اندراج فرد ما في أحد الصنفين أو فيهما معاً، كي يمكن تفسير المعادلة السابقة. وقد رحب المنطقة باقتراح جيفونز. (ب) اعترض جيفونز على تطبيق عمليتي الطرح والقسمة في المنطق، ذلك لأنهما عمليتان جبريتان لا تقابلهما أفكار منطقية، وسوف يطور بيرس هذا النقد ليميز العمليات الجبرية التي يمكن تطبيقها على الأصناف كالجمع والضرب، من العمليات الجبرية التي تخص الجبر والحساب وحدهما كالطرح والقسمة (ح) اقترح جيفونز أن نعبر عن الصيغة (١-و) في مصطلح بول بالصيغة (لا-و)^(٤).

Kneale, The Development of logic, pp. 421-2.

(٢) انظر:

(٣) Ibid, p. 422.

(٤) Lewis, A Survey of Symbolic Logic, pp. 73-8.

٢- بيرس

٣٦ - مقدمة:

أ- تشارلز ساندروز بيرس C. S. Peirce (١٨٣٩ - ١٩١٤) من أكبر المناطق والفلاسفة الأمريكيين، له تعديلاته الهامة على المنطق التقليدي، وأفكاره الأصلية التي شارك بها في إقامة بعض نظريات المنطق الرمزي، ومواقفه الجديدة في مناهج البحث في العلوم الطبيعية والرياضية، كما أن له نظريات أصيلة في الميتافيزيقا ونظرية المعرفة، وهو المؤسس الحقيقي للبراجماتية كمنهج لتعريف الحدود واختبار صدق القضايا. دخل جامعة هارفارد عام ١٨٥٥ وتخرج منها بعد أربع سنين، وظل يكتب قرابة خمسين عاما ابتداء من سنة ١٨٦١ بدأ حياته الفكرية باحثا في الكيمياء ثم دخل إلى الفلك والفيزيقا واهتم بعدها بمناهج البحث في العلوم، ومن هذه اتجه إلى المنطق حيث يقول عن نفسه: إنه قرأ منطق اليونان والعصر الوسيط كما أحاط بالمناطقة المحدثين والمعاصرين من إنجليز وفرنسيين وألمان ونحن نعلم أنه قرأ دي مورجان وبول وجيفونز وويفل Whewell مبكرا، ولكنه لم يسمع عن فريجة ويانو قبل عام ١٨٨٣، ومن المنطق اتجه بيرس نحو الفلسفة.

ب- كان بيرس عميق الفكر ضخم الإنتاج، فكتب أكثر من ثمانين صحيفة عن المنطق والرياضيات والفيزيقا والفلك في المعجم الفلسفي لبولدوين Baldwin، كما كتب قرابة مائة وخمسين مقالا في المجلات الفلسفية. وكان غامض الأسلوب لدرجة تنفر القارئ، كما كان يستخدم مصطلحات غريبة ينحتها لنفسه، وكان ذلك سببا في عدم ذيوع صيته في حياته، إذ لم يكن معروفا إلا لأعلام قليلة من بنى وطنه مثل ديد كند وشرويدر ووليم جيمس، ولم يسمع به كثير من الفلاسفة ممن يشاركونه

فى موضوع الدراسة، وفى ذلك يقول عنه رسل: (سمعت عن بيرس لأول مرة حين زرت هارفارد عام ١٨٩٦ لكنى لم أقرأ له من قبل عام ١٩٠٠ حين اشتغلت بالمنطق الرمزى، وكنت عرفت من كتاب جبر المنطق لشرويدر أن بيرس عالج هذا الموضوع، وظللت إلى وقت قريب لا أعلم غير منطق الرمزى). وقد بدأت ترتفع أسهم بيرس بعد وفاته حين بدأ الفلاسفة يكتبون عنه مثل ديوى، والمؤرخون مثل لويس C. Lewis، حتى أتيح لمقالاته وأبحاثه أن ترى النور حين عكف هارتشورن C. Hartshorne وبول فايس P. Weiss من أساتذة الفلسفة فى هارفارد على جمع كتاباته ونشرها فى عشرة أجزاء باسم مجموعة أبحاث بيرس Collected papers of Peirce، أخرج منها ستة أجزاء فيما بين ١٩٣١ و ١٩٣٥ ولقد تم نشر مجموعة الأبحاث فى الخمسينات من القرن العشرين.

٣٧- القضية الحملية والتضمن

نتعرض هنا لمنطق بيرس دون باقى جوانب مذهبه، بل سوف نقتصر فى عرض منطقته على ما له ارتباط مباشر بالمنطق الرمزى، لكننا سنعرض قبل ذلك موقفه من مسألتين يعدل بهما بعض نظريات المنطق التقليدى: طبيعة القضية الحملية والاستدلال. رأى بيرس أن علاقة التضمن (وكان يسميها illative relation) علاقة منطقية أساسية، وهى ما نعبر عنها بالحروف (إذا... إذن)؛ استخدم بيرس هذه العلاقة أولاً لتقديم فهم جديد للقضية الحملية، وفى ذلك يقول فى مقال كتبه عام ١٨٩٦: (لقد أعلنت منذ عام ١٨٦٢ أنه يوجد علاقة منطقية أساسية وهى التضمن.... وليست القضية سوى استدلال عزلنا عنه تقرير مقدمته الكبرى ونتيجته، وذلك يجعل كل قضية فى أساسها شرطية متصلة. وبالمثل ليس الحد أو اللفظ الدال على صنف

عندى سوى قضية خلا مكان موضوعها أو أن موضوعها غير محدد... تعطى هذه النظرية للمنطق وحدة كبرى^(٥). رأى بيرس أن القضية (كل إنسان فان) مثلا تعنى أنه (إذا كان حاصلا على الصفة أ يلزم أن يكون حاصلا على الصفة ب)، أو (إذا كان س إنسانا فهو إذن فان)؛ ومن ثم يرد بيرس القضية الحملية إلى شرطية متصلة، لا أن يرد الشرطيات إلى حمليات كما حاول التقليديون ونجد هذه الفكرة المنطقية واضحة عند رسل ويدين بالفضل فيها إلى برادلى الذى ذكر الفكرة فى كتابه المنطق ونشر عام ١٨٨٢ ونلاحظ أن فريجة دون هذه الفكرة فى كتبه مثل كتابه التصورات Begriffsschrift الذى نشر عام ١٨٧٩، ومن ثم يكون لفريجة سبق القول بهذه الفكرة على برادلى دون أن يعلم رسل بذلك وقتئذ. لكن يتضح من النص السابق لبيرس أنه وصل إلى الفكرة عام ١٨٦٧ ومن ثم نعطى لبيرس السابق على فريجة فى هذه الفكرة ولا يقتصر استخدام بيرس للتضمن على نظرتة إلى القضية الحملية، إنما تعداها إلى مجالات أخرى، من بينها مجال الاستدلال، وهو ما سنعرض له فى الفترة التالية:

٣٨- الاستدلال الحملى ودالة القضية:

أ- رأى بيرس أن المنطق التقليدى قد تعسف فى التمييز بين الحد والقضية، وفى التمييز بين القضية والاستدلال ورأى بيرس أن الحد والقضية لا يختلفان من حيث التركيب المنطقى وإنما من حيث أن القضية تقرير صريح، بينما الحد تقرير أولى rudimentary assertion، والحدود التى يقصدها بيرس هنا هى

(٥) النص مأخوذ من:

J. passmore, A Hundred Years of Philosophy, London, 2nd ed., 1966, p. 142.

الحدود العامة مثل: إنسان، حيوان... خذ (مثلث) مثالا حين أقول (مثلث)، أو أفكر فيه، فإنني أفكر في شيء له خصائص معينة، ومن ثم أتناول قضية خلا مكان موضوعها، مما تتخذ الصورة (..... مثلث). نلاحظ أن التعبير الأخير الذي سماه بيرس قضية، يسمى في الواقع دالة قضية.

ب- رأى بيرس أيضا أن القضية والاستدلال من تركيب منطقي واحد ولا يختلفان إلا من حيث أن القضية استدلال أولى، حذفت مقدمته ونتيجته، خذ القضية: كل إنسان فان، والاستدلال: سقراط إنسان، وكل إنسان فان، إذن سقراط فان، نعبر عن القضية بقولنا (إذا كان س إنسان فهو فان) ونعبر عن الاستدلال بقولنا (س إنسان وهو إذن فان)؛ الفرق بين الصورتين السابقتين أن الأولى لا تنطوي على تقرير صريح، وإنما على صيغة شرطية، بينما تنطوي الثانية على تقرير صريح^(٦).

ج- نلاحظ أنه بالرغم من وجهة الفكرة السابقة لبيرس، فإنه يخلط بين الحد والقضية. نعم ينظر إلى الحد كما لو كان دالة قضية، لكن يظل الفارق واضحا بين الحد والقضية إنه الحد لا يحتمل الصدق أو الكذب ومن ثم ليس قضية وإنما يصدق على أشياء كثيرة، أو على شيء واحد، أو لا يصدق على شيء. (إنسان) حد يصدق على عدة أشياء، (توابع الأرض) حد يصدق على شيء واحد (القمر)، (حصان ذو قرون) حد فارغ، لكن حدا من تلك الحدود لا يرتفع إلى مقام القضية. وبالمثل، لا نستطيع أن نقول إن القضية استدلال مضمر، وإنما نقول فقط إن القضية الحملية في أساسها شرطية متصلة.

(6) Ibid., p. 141.

٣٩- جبر الأصناف وعلاقة الاحتواء

أ- ننتقل الآن إلى الإشارة إلى بعض إضافات بيرس للمنطق الرمزي وتكاد تنحصر في المساهمة في تطوير جبر الأصناف ونظرية العلاقات. يمثل بيرس الخطوة الثانية في تطوير جبر الأصناف بعد بول، كما يمثل شرويدر الخطوة الثالثة، ومن ثم نقول أن بول - بيرس - شرويدر يمثلون حلقة إقامة المنطق على نموذج الجبر، حيث يبدأ بيرس مساهمته في نظرية الأصناف بملاحظات على بول:

(١) اتفق بيرس مع جيفونز في تعديله لمعنى الجمع المنطقي بين الأصناف مع بول حيث رأى بول أن الصيغة (أ + ب) تدل على صنف بحيث أن الفرد هـ مثلاً ينتمى إلى الصنف أ أو إلى الصنف ب، لكن لا ينتمى إلى كليهما معاً، ورأى جيفونز أن الفرد هـ ينتمى إلى أ أو ب أو كليهما معاً. ولكن لقد تحمس بيرس - خلافاً لجيفونز - لاتجاه بول في إقامة منطق الأصناف على نموذج الجبر.

(٢) أدرك بيرس خطأ بول في استخدامه لعمليات الطرح والقسمة في جبر الأصناف وتصحيحاً لبول، ميز بيرس بين العمليات الحسابية التي تعبر عن علاقات منطقية كالجمع والضرب، والعمليات الحسابية التي لا تعبر عن تلك العلاقات كالطرح والقسمة، وهو تمييز لم يفتن إليه بول^(٧).

(٣) استطاع بيرس - بعد توضيح النقطتين السابقتين - أن يصوغ قوانين جبر الأصناف، وأهمها: $أ + أ = أ$ ، $أ = أ$ ، $أ + ب = ب + أ$ ، $أب = ب أ$ ، $(أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)$

(٧) Lewis, op. Cit., p. 82.

(ب) + ح = أ + (ب + ح)، (أب) ح = أ(ب ح)، (أ + ب) ح = أ ح + ب ح = أ ح +
ب ح، أب + ح = (أ + ح) (ب + ح) ^(٨).

(٤) لم يدرك بول أهمية فكرة الاحتواء inclusion كفكرة منطقية أصلية،
ومن ثم خلط الاحتواء بالمساواة ويعتبر بيرس أول من نبه إلى أهمية
الاحتواء في منطق الأصناف، وأضافها إلى فكرتي الجمع والضرب في
محاولته إقامة مبادئ حساب الأصناف (ومبادئ الحساب صيغ أكثر
تعقيدا من قوانين الحساب المذكورة آنفا). ويحسن بنا قبل عرض أهم
تلك المبادئ أن نلاحظ شيئين على بيرس:

الأول : أن بيرس عرف التعبير (محتوى في) included in بأنه (صغير مثل) being
as small as ^(٩)، وهو تعريف خاطيء، لأن (محتوى في) تعنى (أصغر من)
أو (أقل شمولاً من) ومن ثم خلط بيرس الاحتواء والمساواة بالرغم من أنه
أعطى لكل منهما رمزا متميزا؛ لكننا نلاحظ من جهة أخرى أن بيرس
يصوغ بعض مبادئه التي تنطوي على الاحتواء صياغة صحيحة، ومن ثم
فحديثه عن الاحتواء مضلل.

الثاني : حين وضع بيرس مبادئ حساب الأصناف في صورة رمزية، كان يدل
بأحرف اللغة جميعا على أنها متغيرات لأصناف وكان يستخدم الحروف
Z, Y, X, C, B, A على أنها جميعا رموز أصناف، ومن ثم لم يميز في
مصطلحه الرمزي بين الصنف والعضو في صنف، أو بين الحد العام واسم

^(٨) ibid: قارن قوانين بول: الفصل الخامس، الفقرة ٣٠.

^(٩) Lewis, op. Cit., p. 83.

العلم، وبالتالي لم يميز بين القضية الشخصية والقضية العامة تمييزاً أساسياً، ولذلك اضطربت عنده دلالة مبادئ حساب الأصناف. وسنرى فيما بعد أن بيان وفريجة قد أدركا ضرورة التمييز بين هذين النوعين من الحدود وهذين النوعين من القضايا وكانا يصطنعان الحروف الأولى للغة رموزاً لأصناف، والحروف الأخيرة رموزاً لأعضاء الأصناف.

ب- أهم مبادئ حساب الأصناف عند بيرس: نصطنع الرموز العربية الآتية أ، ب، ح بدائل للحروف A, B, C على التوالي، والحروف هـ، و، ي بدائل للحروف Z, Y, X على التوالي.

١- إذا كان هـ محتوي في و، ومحتوي في ي، فإن هـ محتوي في ي

$$\text{If } X \subset Y \text{ and } Y \subset Z, \text{ then } X \subset Z$$

(٢) إذا كان أ محتوي في ب، فإنه يوجد حد ما هـ بحيث أن $أ + هـ = ب$.

(٣) إذا كان أ محتوي في ب، فإنه يوجد حد ما و بحيث أن $ب + و = أ$.

(٤) إذا كان أ محتوي في ب، فإنه $(أ + ح)$ محتوي في $(ب + ح)$.

(٥) إذا كان أ محتوي في ب، فإن ح أ محتوي في ح ب.

(٦) أ ب محتوي في أ. (٧) هـ محتوي في $(هـ + و)$ ^(١٠)

٤٠- من جبر الأصناف إلى حساب القضايا:

أ- استطاع بيرس أن يقدم قراءة لجبر المنطق تختلف عن قراءة بول، أي أنه قد أمكنه النظر إلى المتغيرات في قوانين الأصناف على أنها دالة على قضايا، كما تدل أيضاً على أصناف وأمكنه النظر أيضاً إلى علاقة الاحتواء بين الأصناف على أنها تدل على التضمن بين القضايا، ومن ثم ساهم بيرس مساهمة متواضعة في إقامة أولى

⁽¹⁰⁾ Ibid. p.84.

نظريات المنطق الرمزي وهى نظرية حساب القضايا. لقد سجل بيرس هذه الفكرة فى بحث نشره عام ١٨٨٥، لكننا نعلم أيضا أن فريجة أقام نظرية حساب القضايا كاملة فى كتابه التصورات الذى نشر عام ١٨٧٩ ومن ثم كان فريجة أسبق؛ ونحن نعلم أيضا أن بيرس لم يسمع عن فريجة قبل عام ١٨٨٣، فمن المحتمل أن يكون قد قرأ فريجة بعد هذه السنة، أو أنه وصل إلى ما وصل إليه من أفكار فى حساب القضايا بمفرده. ونحن نرجح الاحتمال الثانى لأن بيرس أقام أفكاره على نموذج قوانين حساب الأصناف، بينما أقام فريجة نظريته فى القضايا مستقلة تماما عن نظرية الأصناف، بل رأى أن قوانين الأصناف ليست إلا مشتقة من قوانين حساب القضايا.

ب- رأى بيرس أن علاقة التضمن بين القضايا تقابل الاحتواء بين الأصناف - كما قلنا - لذلك فإن (هـ تتضمن و) (الحروف هنا ترمز إلى قضايا) تعنى أنه (إذا كان هـ صادقا، فإن و صادقة) ومن ثم يقرون بيرس فكرة التضمن بالقضية الشرطية المتصلة، ويقدم تعريفا للتضمن: تصدق القضية الشرطية إذا كذب المقدم أو إذا صدق التالي، وتكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي. وهو تعريف صحيح، لكنه قديم وظهر عند فيلون الميغارى، بل إن هذا أعطى تعريفا أوفى، حيث أعطاه فى صورة دالات صدق فأعطى بيرس - بعد تعريفه للتضمن بين القضايا - بعض قوانين هذا التضمن، ونذكر فيما يلى أهمها:

(١) هـ تتضمن (و تتضمن هـ). يعبر هذا القانون عن أن (القضية الصادقة متضمنة فى أى قضية).

(٢) ("هـ تتضمن و" تتضمن هـ) ويعنى أنه (إذا كان "هـ تتضمن و" فإنها تتضمن أن هـ صادقة، إذن هـ صادقة).

(٣) هـ تتضمن هـ. وهو صورة من صور مبدأ الهوية

(٤) (هـ تتضمن و) تتضمن ("و تتضمن ي" تتضمن "هـ تتضمن ي") وذلك ما

يسمى "بمبدأ القياس"^(٧).

٤١ - منطق العلاقات:

أ- أدرك بيرس أهمية توسيع نطاق جبر المنطق بحيث يشمل نظرية فى العلاقات، وإلى بيرس يرجع الفضل الكبير فى إقامة نظرية العلاقات بادئا من تلك الإشارات والتوجيهات التى قدمها دى مورجان ونذكر فى فقرات متصلة أهم أفكار بيرس فى تلك النظرية، ونبدأ برأيه فى أنواع العلاقات حيث رأى بيرس إمكان النظر إلى قضية - حتى القضية الحملية - على أنها قضية علاقة، إذ يمكن النظر إلى المحمول على أنه حد يتعلق بشيء واحد هو الموضوع، ويسميه (علاقة واحدة) monadic relation، نقول فى القضية (سقراط حكيم) أن (حكيم) حد يتعلق بسقراط، ومن ثم نظر إلى أى حد عام على أنه ينطوى على علاقة واحدة، أى علاقة بشيء واحد. يسمى بيرس العلاقة (ثنائية) DYADIC إذا ربطت بين حدين، مثل (أ أكبر من ب) ويسمى (ثلاثية) TRIADIC إذا ربطت بين ثلاثة حدود، مثل (أ أعطى ب إلى ح)، و (متعددة الأطراف) POLYADIC إذا ربطت بين عدد أكبر من الحدود^(٨). سوف نلاحظ فيما بعد أن رسل يستخدم العلاقة الواحدية للدلالة على المحمول فى القضية الحملية دون إشارة إلى أن بيرس هو أول من استخدم التعبير.

ب- تعريف العلاقة عند بيرس مشتق من تعريف الصنف، إذ يعرف الحد

العلاقى بأنه (بأنه زوج "أو ثلاثى إلخ" من الأشياء الجزئية) a relative is the

⁽⁷⁾ Ibid., p. 85.

Kneale, op. Cit., p. 432.

^(٨) انظر:

Pair (of triad) of individual things؛ كلمات مثل (محب) أو (محسن) حدود علاقية يربط كل منها اثنين من الأفراد: محب ومحبوب، محسن ومحسن إليه، بعلاقة معينة هي الحب أو الإحسان؛ وتصبح هذه العلاقات جمعا منطقيا لكل الحدود التي تتعلق بها، وذلك تعريف ما صدقي للصنف أو العلاقة⁽⁹⁾.

ح- الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات.

رأى بيرس أنه ما دامت الحدود العلاقية relatives هي ذاتها رموز أصناف، فإنه يمكن تطبيق قوانين نظرية الأصناف على العلاقات وكما كان استخدام بول لأفكار السلب والضرب والجمع في قضايا الأصناف، فاستعان دي مورجان بهذه الأفكار في قضايا العلاقات وأضاف إليها فكرة عكس العلاقة فلقد استفاد بيرس من سابقه في تطوير نظرية العلاقات وأضاف إليها أفكارا جديدة مثل الاحتواء، كما أضاف فكرة إقامة العلاقات في (حساب منطقي) calculus. وقد وضع بيرس كل ذلك في (وصف مصطلح رمزي لمنطق العلاقات) Discription of a Notation for the Logic of Relatives، نشره عام ١٨٦٢⁽¹⁰⁾ ولا يستطيع كتابة هذا المصطلح هنا لصعوبة طبعه ولذا نحاول التعبير عن قضاياها بالألفاظ أحيانا وبصيغ رمزية مبسطة أحيانا أخرى. أما عن أفكار الضرب النسبي والجمع النسبي فقد أدخلهما دي مورجان من قبل، حين ميز بين (محام وتاجر) مثلاً (ضرب منطقي بين علاقتين) و (محامى تاجر ما) (ضرب نسبي). لقد طور بيرس هذه الفكرة الأخيرة وحدد قوانينها، فرأى مثلاً أن الضرب النسبي والجمع النسبي يخضعان لقانون الترابط associative law وقانون التوزيع distributive law لكن لا يخضعان

(9) Lewis, op. Cit., pp. 92-3.

(10) Ibid., p. 85.

لقانون تبادل المواضع commutative law افرض أن سونيا تحب سارتر، وأن سارتر أستاذ ساجان، وعبرنا عن هذه الواقعة المركبة بالقضية سونيا تحب أستاذ ساجان، نجد أن القضية (محب (أستاذ ساجان)) "تكافئ في الصدق (محب أستاذ) ساجان" لكن القضية محب أستاذ ساجان، لا تكافئ أستاذ محب ساجان⁽¹¹⁾.

د- بعد أن درس ييرس العلاقات والعمليات المنطقية التي يمكن تطبيقها على قضايا العلاقات، حاول تقديم نظرية العلاقات في حساب منطقي أي وضعها في نسق استنباطي يبدأ بطائفة من تعريفات ومقدمات أولية ثم يستنبط قوانين، وكلها في صورة رمزية ونلاحظ أن ييرس لا يستخدم عبارة (نسق استنباطي)، ويظهر أنه لم يكن مهتما بفكرة النسق الاستنباطي بالمعنى الدقيق، تلك الفكرة التي أصبحت وقتئذ مألوفة عند معاصريه من الألمان والإيطاليين والإنجليز فإنه لم يكن مهتما بها لأنه حين وضع نظريته في الحساب المنطقي لم يميز بين تعريفاته ومقدماته الأولية وإنما سماها جميعا مقدمات أولية. نشير فيما يلي إلى أهم قوانين ذلك الحساب:

$$1- \text{عكس (عكس أ)} = \text{أ}.$$

$$2- \text{سلب (عكس أ)} = \text{عكس (سلب أ)}.$$

$$3- \text{أ محتوي في ب} = \text{عكس ب محتوي في عكس أ}.$$

$$4- \text{عكس (أ + ب)} = \text{سلب أ} + \text{سلب ب}.$$

$$5- \text{عكس (أ ب)} = \text{عكس أ مضروبا في عكس ب}^{(12)}.$$

(11) Ibid, p. 86.

(12) Ibid ., pp. 90-1

٤٢- خاتمة:

أ- كان بيرس منجما فكريا هائلا، لكن غموض أسلوبه وكتابات المتفرقة التي لم يجمعها بنفسه في صورة كتب يحمل كل منها موضوعا مستقلا أدت إلى أن مذهبه أعوزه التنسيق ويعاب عليه أيضا - فيما يختص بالمنطق أنه لم يتصل بأعمال المناطق المعاصرين عبر الاطلنطي الذين استطاعوا الخروج من دائرة بول إلى دائرة أعلى تطورا ونعنى بها دائرة بيانو وفريجة، ومن ثم ظل محصورا في دائرة إقامة المنطق على نموذج الجبر. ورغم هذا فإن له فضلا كبيرا في تطوير منطق بول، وتتلخص أهم مساهماته المنطقية فيما يلي: (١) أمكنه أن يعبر عن القضية الحملية بصورة قضية شرطية متصلة، وفي صيغة رمزية تتخذ دالة القضية: (كل أ هو ب) إلى $(\text{إذا كان هـ فهو إذن ب})$ ، ويكون بذلك قد سبق فريجة وبرادلي ورسل إلى هذه النقطة. (٢) أخذ من جيفونز نقطة بداية لإصلاح نظرية الأصناف عند بول، فوافق الأول على إصلاحه لتعريف بول للجمع المنطقي، كما استبعد عمليتي الطرح والقسمة من التطبيق على الأصناف، ومن ثم طور قوانين جبر الأصناف ومبادئه. لكن جهازه الرمزي كان معقدا وغير دقيق وغير دقيق معناها هنا أنه لم يميز بين الصنف وعضو الصنف وبالتالي لم يميز بين الحد العام واسم العلم، ولم يميز تمييزا حاسما بين القضية العامة والقضية الشخصية. (٣) لمع في ذهن بيرس إمكان إقامة نظرية لحساب القضايا، وذكر بعض قوانينها لكنه أقامها على نموذج جبر الأصناف، ولكن فريجة في الوقت نفسه استطاع أن يخرج بهذه النظرية ناضجة كاملة مستقلة عن الأصناف. (٤) له فضل كبير في إقامة منطق العلاقات على نموذج جبر الأصناف مستفيدا من الأفكار التي أدخلها دي مورجان عن خصائص العلاقات،

فدرس العلاقات وطورها في حساب منطقي بما يحوي من مقدمات أولية وقوانين ونظريات مستنبطة.

ب- أتم أرنست شرويدر E. Shroeder (١٨٤١ - ١٩٠٢) رسالة بيرس، فأقام نسقا منطقيًا متكاملًا على نموذج الجبر؛ وطور نظريات الاصاف والعلاقات والقضايا أكثر مما تركها بول وبيرس ولقد احتوى منطق شرويدر أيضًا على كتابة المنطق التقليدي في صورة جبرية، وصياغة التصنيف الرباعي للقضية الحملية وقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر والقياس، كل ذلك في قالب رمزي جبري وأدرك شرويدر أيضًا بعض أخطاء تلك القوانين التقليدية؛ إذ رأى أن قوانين التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد فاسدة إذا كان موضوع القضية يمثل صنفًا فارغًا، ورأى بالتالي فساد الاستدلال المباشر والقياسي الذين ينطويان على الانتقال من مقدمات كلية إلى نتيجة جزئية ولقد دون شرويدر جهوده في كتب ثلاثة:

مجال حساب المنطق operations kreis des Logik kalkulus
(١٨٧٧)، محاضرات في جبر المنطق vorlesungen uber die Algebra der
Logik (١٨٩٠-١٨٩٥) في ثلاثة أجزاء، موجز جبر المنطق Abriss der Algebra
der Logik نشره ميلر E. Muller في الأعوام ١٩٠٩ - ١٩١٠.

ج- وفي زمن بيرس وشرويدر ظهر تيار منطقي آخر مخالف لهما - تيار لا يقنع باتجاه بول الجبري، وإنما يشق طريقًا آخر نشأ عن بحث ثوري في أصول الرياضيات، وهو بحث في الأنساق الاستنباطية في الهندسة، ومحاولة إقامة علم الحساب نسقا استنباطيًا، ثم محاولة رد التصورات الأساسية للحساب - ومن ورائها

التصورات الرياضية البحتة كلها - إلى تصورات منطقية خالصة. ولكى يصل هذا البحث إلى هدفه، رأى أنصاره أنهم بحاجة إلى سلاح منطقي جديد يطاول الرياضيات فى أسلوبها ونسقها الاستنباطى، ومن ثم نشأ المنطق الرمزى الذى لا يرد إلى الجبر بل يرد الجبر والحساب والهندسة إليه، ويجعل جبر الأصناف والعلاقات جزءا صغيرا منه، وكان بيانو وفريجة من مؤسسى هذا التيار الجديد.

الباب الثالث

ضحى المنطق الرمزي

الفصل الثامن

المنطق الرمزي وتطور الرياضيات

٤٣- علم الهندسة والنسق الاستنباطي

أ- اتجه المنطق الرمزي وجهة جديدة على أيدي فريجة وبيانو حين حاولا إقامته علما رمزيا يتخلص من آثار لغة الحديث، وإقامته نسقا استنباطيا محكما نضع فيه قائمة التعريفات والمقدمات الأولية واضحة صريحة منذ البدء ولقد نشأ موقفهما ذلك عن بحثهما في الرياضيات وأصولها. لهذا ينبغي قبل أن نعرض لهما أن نشير إلى تطور الرياضيات والمشكلات الناتجة عنه مما أدى إلى البناء المنطقي الجديد، وأن نشير بوجه خاص إلى تطور الهندسة والتحليل^(١).

ب- بدأت الثورة على الهندسة الإقليدية بجهود جيرولامو ساكيري Gerolamo Saccheri الرياضي المنطقي الإيطالي الذي عاش في نهاية القرن السابع عشر وأوائل القرن الثامن عشر الميلادي، مما دونه في كتابه "يطلب من إقليدس كل ما هو جديد" (١٧٣٣) Euclides ab omni Naevo Vindicatus. كان ساكيري مصلحا لإقليدس أكثر منه ثائرا عليه، فقد نظر في المصادرة الخامسة في الهندسة الإقليدية التي تقول: "إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين

(١) الإيجاز في هذا الفصل محل. لكنه واف بغرضنا حيث أن ذكر تطور الرياضيات بتفصيل موضوع يتصل بفلسفة الرياضة وهو خارج عن موضوع بحثنا وإن مجرد الإشارة إليه كاف لنا حيث يرسم ملامح بداية المنطق الرمزي في المرحلة التي نحن الآن بصدد نشأتها وهي مرحلة "ضحى المنطق الرمزي".

بحيث يكون مجموع الزوايتين الداخليتين من جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين، فإن هذين الخطين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين". رأى ساكيرى أن هذه المصادرة معقدة، ومن ثم يلزم أن تكون موضوع برهان، لا أن نبدأ بالتسليم بها.^(٢) ولا يهمنا هنا برهان ساكيرى ومدى نجاحه أو فشله فيه ولكن تهمننا فقط الإشارة إلى أنه قدم - فى ثنايا برهانه - أفكارا هندسية جديدة، مما حفز الرياضيين من بعده إلى إقامة ما سمي (الهندسة اللا إقليدية) (وهذه العبارة من وضع جوس Gauss الرياضى الألماني ١٧٧٧-١٨٥٥) وظلت أبحاث ساكيرى مطمورة حتى انتبه إليها جوس وأدرك أن بها أفكارا هندسية غريبة على إقليدس حينئذ نشأ نموذجان من الهندسة اللا إقليدية حيث قدم أحد النموذجين لوباتشفسكى Lobachevsky الرياضى الروسى فى بحث نشره عام ١٨٢٦، وقدم ثانيهما ريمان Riemann الرياضى الألماني فى محاضرة ألقاها عام ١٨٥٤. ونلاحظ أن هذين النموذجين يختلفان فيما بينهما، كما يختلفان عن هندسة إقليدس^(٣) ونلاحظ فيما

(٢) لم يكن ساكيرى أول من حاول البرهنة على هذه المصادرة، بل قدمت من قبل محاولات أخرى لكل من بطليموس الفلكى والرياضى الإسكندراني فى القرن الثانى الميلادى وبروكلس procleus الأفلاطونى المحدث الإسكندراني فى القرن الخامس، انظر: Kneale, the development of Logic, p. 380. ويقول الدكتور محمد ثابت الفندى أن نصير الدين الطوسى فى القرن السابع الهجرى قدم نفس المحاولة التى قدمها ساكيرى فيما بعد، انظر كتابه: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٥م، ص ٥٤-٥٥.

(٣) من مبادئ هندسة لوباتشفسكى: المكان سطح منحني curve، من نقطة خارجة على خط مستقيم، يمكن رسم عدد لا متناه من المستقيمات الموازية له؛ زوايا الثلاث الداخلة أقل من قائمتين ومن مبادئ هندسة ريمان. المكان سطح كروى، لا يمتد الخط المستقيم إلى غير نهاية وإنما هو منته لأنه دائرى، ليس المستقيم أقصر بعد بين نقطتين وإنما المنحنى أقصر الخطوط، لا مستقيمات متوازية، زوايا المثلث الداخلة أكثر من قائمتين. انظر: محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٥٦-٧، وأيضا

Kneale, op. cit., p. 382.

بعد أن الهندسات الاقليدية لم تنحصر في هذين النموذجين، وإنما يمكن إقامة عدد لا متناه من الأنساق الاقليدية التي لا يعيننا هنا تفصيلها^(٤).

ح- حين تطورت الهندسات الاقليدية، بدأ المشتغلون بالهندسة في ملاحظة أمور ثلاثة: (١) تعريفات ومبادئ ومصادرات النسق الاقليدية مختلفة عن مثيلاتها في الأنساق الجديدة. (٢) تعريفات ومبادئ ومصادرات إقليدس مرتبطة بالأشكال والرسوم diagrams أي إذا أردنا البرهان على نظرية إقليدية واستخدمنا الأشكال والرسوم، بدت واضحة، فإذا استبعدنا تلك الرسوم والأشكال وأبعادها، جاء البرهان ناقصا معيبا، خذ النظرية الأولى في الكتاب الأول من المبادئ Elements "من خط مستقيم، يمكن رسم مثلث متساوي الأضلاع" يبدأ البرهان على هذه النظرية بعمل دائرتين مركز كل منهما أحد طرفي المستقيم المعطى بنصف قطر مساو لطوله، فتتلاقى الدائرتان في نقطتين. ونصل إحدى نقطتي التقاطع بطرفي المستقيم، نحصل على مثلث متساوي الأضلاع، ويقوم البرهان على النظرية باستخدام مبادئ ومصادرات معينة مما وضعها إقليدس منذ البدء. لقد لاحظ علماء الهندسة أن هذا البرهان يقوم على افتراض ضمني ليس مسجلا في قائمة المبادئ والمصادرات المعطاة، وهو أن الدائرتين يجب أن تتقاطعا في نقطتين وتساؤلوا إذن لم يجب أن تتقاطع الدائرتان في نقطتين فقط لا في نقطة واحدة أو ثلاثة؟ حينئذ ظهرت فجوات استنباطية أخرى في نسق إقليدس.

(٣) هندسة إقليدس مرتبطة بالمكان، ما دامت ترتبط بالأشكال، وارتبطت أيضا بتصور معين للمكان وهو أنه سطح مستو، وأن المكان الهندسي صادق على

(٤) انظر: محمد ثات القندى: المرجع السابق ص ٦٠-٦٣.

المكان الفيزيقي، وهذا فرض آخر استخدمه إقليدس دون أن يضعه صريحا منذ البدء^(٥).

د- من الملاحظات السابقة، نشأت الأسئلة الآتية: هل لا يمكن إقامة قائمة تعريفات ومبادئ محددة لكل الأنساق؟ وإذا كان هذا التحديد غير ممكن، فأى الأنساق صادق وأيها كاذب؟ وما شروط إقامة النسق الصحيح؟ بحث الرياضيون في وضع أسس النسق الاستنباطي، ووصلوا إلى الموقف التالي: لا تسل عن صدق واقعي لمبادئ أو مصادرات أو نظريات، وإنما خذ نقطة بدايتك من أية تعريفات ومبادئ، ثم استنتج منها نظريات بحيث يكون الاستنتاج استنباطا صوريا محكما دقيقا، حينئذ يكون النسق صحيحا، فإذا جاء في النسق فجوة منطقية أو عيب استنباطي فالنسق إذن فاسد. وقد وضع الرياضيون الشروط التي يجب توافرها في أى نسق استنباطي، نوجزها فيما يلي: (١) أن نضع منذ البدء بطريق صريح واضح قائمة بالحدود اللا معرفة التي يمكننا بفضلها تعريف قائمة من حدود أخرى، وأن نبتعد بهذه التعريفات عن المعاني المألوفة للألفاظ في الواقع. (٢) أن نضع قائمة (القضايا الأولية) التي نبدأ بها بلا برهان، لا لأنها واضحة بذاتها، فقد لا تكون كذلك، وإنما لأنها تنطوي على علاقات منطقية بحتة بين حدودها، ولا أثر فيها لبداهة حسية أو تطبيق واقعي ونلاحظ هنا أنه قد بطل التمييز القديم بين المبدأ والمصادرة، وأصبح كلاهما قضية أولية نأخذها بلا برهان ونبدأ منها البراهين، كما أصبحا في مرتبة واحدة من

(٥) قارن : الفصل الأول، الفقرة ٤ ج . وأيضا:

S. F. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice-Hall, Inc., N. J., 1964 pp. 21-2. وأيضا:

R. Blanche, Axiomatics, English trans. By G. B. Keene, London, 1962, pp. 5-10.

الوضوح أو البساطة أو التصديق. (٣) أن نستنبط نظريات من تلك المقدمات الأولية استنباطا صوريا محكما لا أثر فيه لرسم وأشكال أو لفكرة المكان. كان مورتز باش M. Pasch أول من قاد هذه الحركة عام ١٨٨٢^(١) - حركة الأكسيوماتيك أو وضع أسس النسق الاستنباطي في الهندسة، وقد تطورت الحركة على أيدي كثيرين وأضافوا إلى العناصر السابقة شروطا يجب توافرها في قائمة القضايا الأولية وهي الاتساق consistency والتمام completeness والاستقلال independence ولقد استطاع الرياضيون حينئذ إعادة صياغة الهندسة الإقليدية في ضوء هذه العناصر والشروط بحيث تتسق الصياغة الجديدة مع نسق إقليدس ونظرياته دون أخطاء أو فجوات، وبذلك تصبح نسقا استنباطيا صحيحا، مثلها في ذلك كمثل الأنساق اللا إقليدية الصحيحة^(٢).

٤٤- علم الحساب والنسق الاستنباطي:

أ- قبل ظهور الهندسات اللا إقليدية كان قد نشأ علم التحليل analysis وحين تطورت تطور معها. ويشمل التحليل فروع الرياضيات التي تخلصت من الخطوط والأشكال وتصورات المكان بحيث تصاغ صياغة عددية جبرية بحتة، ومن ثم يشمل التحليل علوم الجبر والهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل إلى جانب علم الحساب، ويستبعد الأنساق الهندسية التي لا يمكن تناولها في صورة جبرية. لقد تطور علم التحليل تطورا ملحوظا منذ أوائل القرن التاسع عشر، يكفينا الحديث هنا عن مظهرين من مظاهره، هما ظهور أنواع جديدة من الأعداد، واكتشاف الدالات المنفصلة. كلنا يعرف

(١) محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٦٧ - ٧٠.

(٢) Blanché, op. Cit., p. 33 وأيضا:

الأعداد الطبيعية natural numbers وهى الصفر، ١، ٢، ٣ إلخ، ولكن اكتشف الرياضيون أنواعا جديدة من الأعداد منها العدد المنطوق rational numbers مثل $\frac{2}{1}$ والعدد الأصم irrational n. مثل $\sqrt{2}$ والعدد المركب أو الخيالى complex or imaginary n. مثل $\sqrt{-1}$. ولقد عرف الفيثاغوريون العدد الأصم ولكنهم عجزوا عن تحديد قيمته تحديدا عدديا دقيقا، كما عرف ديكارت العدد الخيالى، وسماه ليبنتز، الكم المستحيل، لأنه رأى استحالة الوصول إلى جذره التربيعى. وانتبه رياضيو القرن التاسع عشر إلى وجوب تعريف هذه الأعداد، وقضوا فيها وقتا وجهدا وبذلوا محاولات متتابة، ومن بينهم ديديكند Dedekind (١٨٣١-١٩١٦) وكانتور Cantor (١٨٤٥-١٩١٨) وفريجة وبيانو.

ب- لقد كان من المؤلف حتى بداية القرن الماضى أن كل الدالات متصلة والدالة function مصطلح من وضع ليبنتز، وقصد بها المنحنى الهندسى geometrical curve الذى يعبر عن علاقات (متصلة) متتابة بين كمين متغيرين هما (الإحداثيان) Co ordinates فإذا أخذنا شيئين محددين مثل حرارة الغاز والضغط الواقع عليه فإن العلاقة التى تنشأ من تغير أحدهما عند تغير الآخر ترسم خطا منحنيا. تسمى هذه العلاقة دالة وهى متصلة اتصال الخط المنحنى الهندسى بحيث تكون للدالة قيمة معينة فى كل نقطة من نقط المنحنى^(٨). وبدأ التحليل مرتبطا بالهندسة والاتصال المكانى. ولكن بتوصل كوشى Cauchy إلى اكتشاف دالات منفصلة discontinuons f، تولد الشك فى المكان الهندسى، ومن ثم الشك فى أحد أسس التحليل، وتبع كوشى رياضيون آخرون اكتشفوا أفكارا رياضية أدت

(٨) محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٩١-٩٢.

إلى نبذ فكرة الحدس المكاني^(٩). اكتشف الرياضيون حينئذ أن التحليل قد فقد مصدر يقينه وهو المكان المتصل، فاضطروا إلى البحث عن مصدر آخر لليقين لقد تأكد هذا الموقف - وهو أن المكان لم يعد أساساً ليقين العلم الرياضي - بعد ظهور الهندسات اللا إقليدية وتطورها، ذلك التطور الذي انطوى على نبذ فكرة المكان والرسوم.

ح - أدى الموقف السابق إلى ظهور حركة يمكن تسميتها (تحسب التحليل)^(١٠) أو تحويل التحليل إلى حساب Arithmetisation of Analysis والمقصود بها التماس يقين التحليل في يقين علم الحساب، لكن علم الحساب كان وقتئذ مشغولاً بمشكلات أنواع الأعداد التي ظهرت فيه، ومن ثم تلزم محاولة تعريف تلك الأنواع من الأعداد وذلك بردها إلى الأعداد الطبيعية ولقد جدد الآن مشكلة جديدة هي استحالة القيام بهذا الرد دون إقامة علم الحساب نسقاً استنباطياً له من حدوده الأولية وتعريفاته ومصادراته ونظرياته المستنبطة، وهو ما لم يتم بعد؛ ولذا كانت الخطوة الواجب القيام بها قبل تحويل التحليل إلى حساب هي إقامة الحساب نسقاً استنباطياً. ولقد قدم فريجة وبيانو - كل منهما مستقلاً عن الآخر في أول الأمر - محاولتين لنسق استنباطي للحساب، وحاول رياضيون آخرون تعريف الأعداد المنطوقة والصماء والخيالية وردها إلى الأعداد الطبيعية، ومنهم ديد كند وكانتور وفريجة. ونشأ عن الحركة السابقة اتجاه آخر في فلسفة الرياضيات هو الاتجاه اللوجستيكي logistic ويعنى رد التصورات الأساسية لعلم الحساب - تعريف الأعداد

(٩) المرجع السابق ص ٩٢-٣.

(١٠) العبارة العربية من وضع الدكتور ثابت الفندي.

والعمليات الحسابية المختلفة - ومن وراء الحساب فروع الرياضيات جميعا إلى
تصورات منطقية بحثية، ومن أصحاب هذا الاتجاه الرياضيون السابق ذكرهم، وطوره
فيما بعد رسل ووايتهد.

د- قصدنا من الإشارات الموجزة السابقة في تطور الرياضيات، إلى بيان أن
تطور المنطق الرمزي بعد بول، جاء نتيجة تطور الرياضيات لقد أريد للهندسة أن
تكون نسقا استنباطيا، وأريد للحساب أن يكون كذلك وأريد رد التصورات الأساسية
للرياضيات إلى تصورات منطقية خالصة ولكي نرد الحساب إلى المنطق، يلزم أن
نشق قضايا الحساب الأساسية من قضايا منطقية خالصة، ولتحقيق ذلك يلزم صياغة
القضايا الأساسية في المنطق صياغة صورية رمزية تبلغ حدا بعيدا، ويستلزم أداء هذا
العمل بحثا جديدا في القضية وتركيبها، وطريقة كتابتها في صورة رمزية خالصة،
وحصر أنواعها، وبحثا في الاستنباط ووضع مبادئه وقوانينه، وبحثا في الأسماء
والتصورات والعلاقات، ومن هنا نشأ منطق بيانو وفريجة.

الفصل التاسع

بيانو والمنطق الرمزي

٤٥ - مقدمة:

أ - جيوسيپ بيانو Giuseppe Peano (١٨٥٨ - ١٩٣٢) أعظم الرياضيين الإيطاليين في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين؛ كانت الرياضيات موضوع اهتمامه الأساسي وحاول صياغة نظريات الهندسة الإقليدية بعد أن وضع لها نسقا من اللا معرفات والتعريفات والمصادرات بحيث أصبحت نظريات إقليدس استنباطا محكما لا فجوة فيه، وهي محاولة مختلفة عن محاولات كل من باش وبادوا Padoa وهلبرت Hilbert لإعادة صياغة نفس الهندسة. وحاول أيضا جعل علم الحساب نسقا استنباطيا بوضع ثلاثة أفكار لا معرفة وخمسة مصادرات^(١) نستطيع بفضلها تعريف الأعداد الطبيعية وصياغة قضايا الحساب التي تحويها؛ وقام بنصيب ملحوظ في حركة الاتجاه اللوجستيقي - بمعنى رد التصورات الأولية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية خالصة. وقدم بيانو وأتباعه - وأبرزهم بادوا وفايلاتى Vailati

(١) انظر: Kneale, The Development of Logic, pp. 373-7.

وأیضا: محمد ثابت الفندی: فلسفة الرياضیة: ص ١٢٠-١٢١.

– هذه المحاولات الكبيرة في كتيب عديدة أهمها: (١) عرض منهج
جديد لمبادئ الحساب Arithmetices Principia Nova
Methodo Exposita (١٨٨٩)، وضع فيه أسس علم الحساب. (٢)
والمصطلح الرمزي للمنطق الرياضي Notations de Logique
Mathematique (١٨٩٤) ووضع فيه أيضًا الرياضيات في لغة رمزية
خالصة^(١) (٣) تدوين الصيغ الرياضية Formulaire
Mathematiques، في خمسة أجزاء فيما بين أعوام (١٨٩٥ –
١٩٠٨)؛ وليست هذه أجزاء بالمعنى المؤلف وإنما كانت طبعات
متعددة متتابعة لكتاب واحد، كل طبعة تالية فيها تعديل وتطوير
للصورة التي أتى عليها نفس الكتاب في طبعته السابقة، وقد طور بيانو
فيه موضوعات الكتابين السابقين، مضيفا إليها مصطلحه الرمزي وهو
اختراعه الفذ.

ب- شارك بيانو في إقامة المنطق الرمزي كما شارك في أبحاث الرياضيات
لكن كانت مشاركته في المنطق عرضية، بمعنى أنه دخل إلى المنطق من باب
الرياضة: حين كان يشرح طبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد فكان يصطنع
استدلالات لها طابعها المنطقي الخالص، ومن ثم وصل إلى أفكار وقوانين منطقية
جديدة أصبحت فيما بعد جزءا من نظريات المنطق الرمزي وشارك بيانو في إقامة
نظرية حساب القضايا أو نظرية الاستنباط، وأدرك أهمية فكرة الصنف ودرس

(١) يبدو أن بيانو أول من استخدم عبارة (المنطق الرياضي) وكان يعنى بها البحث في رد الرياضيات إلى
المنطق. انظر: P.H. Nidditch, the Development of Mathematical Logic, London, 1962, pp. 73-77.

خصائصه وأنواعه أكثر مما وصل إليه بول وبيرس وشرويدر، وأعطى تعريف الصنف الفارغ كما ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف آخر، وهو أمر لم يفتن إليه السابقون وتوصل أيضا إلى فكرة دالة القضية Propositional Function ودرسها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادئ منطقية، وقدم أفكارا جديدة في نظرية حساب دالات القضايا _أو حساب المحمول) وحاول بيانو صياغة كل هذه الأفكار والقوانين السابقة في صورة رمزية خالصة خالية من أى أثر لاستخدام لغة الحديث، ومن ثم قدم مصطلحا رمزيا يحوى رموزا لمتغيرات الحدود والأصناف والقضايا ورموزا للثوابت؛ يضاف إلى ذلك كله وضع المنطق فى نسق استنباطى بوضع قائمة لحدوده اللا معرفة وتعريفاته ومقدماته الأولية.

ح - ونحن نريد أن نحقق - بقدر ما لدينا من وقائع - ما إذا كان بيانو قد توصل إلى المواقف المنطقية السابق ذكرها قبل فريجة أم أنه أخذها عنه. إن السبب الذى من أجله نثير هذا التساؤل هو أن رسل حين اتصل ببيانو لأول مرة عام ١٩٠٠^(٣)، سجل أنه تعلم من بيانو كثيرا من النقط المنطقية السابقة، وقال رسل ذلك وقتئذ لأنه لم يكن قد عرف فريجة بعد، فلما عرفه عام ١٩٠١ أعلن أن النقط التى استفادها من بيانو كانت مألوفة من قبل لفريجة. نحن نريد الآن تحقيق مدى اتصال بيانو بفريجة ولذلك نضع أمامنا الوقائع الآتية:

(١) كانت الرياضيات موضوع اهتمام بيانو الرئيسى، أما أفكاره المنطقية فقد جاءت عرضاً إذ كانت وليدة اتجاهه اللوجستيقى، بينما اهتم فريجة بالمنطق اهتماما خاصا كاهتمامه بالرياضيات تماما، إذ درس فريجة المنطق التقليدى دراسة عميقة

(٣) تجد تفصيل اتصال رسل ببيانو وفريجة فى الفصل الثالث عشر - الفقرة ٦٥.

كما درس ما وصل إليه بول وكان يتجه نحو إقامة منطق أكثر شمولاً مما ذهب إليه بول ومدرسته، وتلك دراسة لم تتح لبيانو.

(٢) نشر فريجه أول أعماله المنطقية عام ١٨٧٩، بينما نشر بيانو أول أعماله الرياضية التي بها أفكار منطقية عام ١٨٨٩.

(٣) عرف فريجه بيانو وأعماله وقتاً ما قبل عام ١٨٩٥، حيث نجد إشارة فريجه إلى بيانو في سياق نقده لمنطق شرويدر^(٤).

(٤) عرف بيانو فريجه وأعماله وقتاً ما بعد عام ١٨٩٥، ذلك لأنه عدل من مصادراته لنسق الحساب في الطبعة الثانية لكتاب تدوين الصيغ الرياضية بعد اطلاعه على نسق فريجه الحسابي الذي دونه في كتابه أسس علم الحساب Die Grundlagen der Arithmetik ونشره عام ١٨٨٤^(٥) ونلاحظ أن بيانو قدم في طبعة تالية لكتابه السابق ذكره أنفاً لمصطلحه الرمزي المبسط باللغة اللاتينية ولعله ابتكره كتبسيط للمصطلح الرمزي المعقد الذي أقامه فريجه في كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب في عام ١٨٧٩.

يمكننا من الملاحظات السابقة استنتاج ما يلي. كان فريجه وبيانو يعملان في الرياضيات والمنطق، كل منهما مستقلاً عن الآخر، أول الأمر؛ وأن الاتصال بينهما بدأ عام ١٨٩٥ تقريباً؛ حينئذ استطاع بيانو تعديل بعض أفكاره في نسق الحساب وفق

(٤) انظر مقال: Acritical Elucidation of Some Points in E. Schroeder's Vorlesungen über Die Algebra Der Logik، ونشر المقال بالألمانية في Archiv für Systematische Philosophie, vol 1, 1895. وتجد المقال مع مقالات أخرى وأجزاء من كتب فريجه مترجمة إلى الإنجليزية نشرت بعنوان:

Translations from the Philosophical Writings of G. Frege, by Geach and Black, Oxford, 2nd ed. 1960.

(٥) جعل بيانو أول مصادرات الحساب أن الصفر عدد. وكان جعلها من قبل أن الواحد الصحيح عدد.

Kneala, op. Cit., p. 47

انظر:

أفكار فريجة، كما استطاع تبسيط بعض أفكار فريجة المنطقية؛ وقد يكون فريجة قد لاحظ أن بيانو قد اكتشف بعض ما اكتشفه هو من قبل وهنا جاءت إشارات كل منهما إلى الآخر في كتاباته، من قبيل اشتراكهما في الوصول إلى أفكار معبنة، وانتمائهما إلى اتجاه واحد.

٤٦- المصطلح الرمزي:

(المصطلح الرمزي) notation هو صياغة القضايا وقواعد الاستنباط والقوانين المنطقية في لغة رمزية لا أثر فيها لكلمات لغة الحديث، ونجد أول مصطلح رمزي للمنطق عند فريجة^(١)، استعان فيه بحروف الهجاء اليونانية وبخطوط أفقية ورأسية وأقواس - وهو مصطلح صعب الطبع كما أنه صعب على القارئ متابعة فهم دلالاته بسهولة وبالعكس هذا نجد مصطلحا رمزيا آخر للمنطق عند بيانو، جذب صاحبى البرنكيا فيما بعد لبساطته فاصطنعاه في نسقهما المنطقي والرياضي ونجد صورا أخرى مختلفة للمصطلح الرمزي عند هلبيرت ولوكاشيفتش وآخرين ويعيننا هنا مصلح بيانو. حين يشرح نظرية الاستنباط أو حساب القضايا يعطى الرموز $S, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ إلخ ليعبر كل منها عن القضية ككل دون تمييز حدودها. (سوف نعطي هنا الحرف العربي ق ترجمة للحرف p ، والحرف ل ترجمة للحرف q ، والحرف م ترجمة للحرف r) وعرف بيانو (القضية المركبة) - وهي نقطة البداية في نظرية حساب القضايا، والتي قطع الرواقيون فيها شوطا متواضعا - وهي القضية المؤلفة من قضيتين أو أكثر ترتبطان بأحد (الثوابت المنطقية)، وتلك فكرة أساسية أخرى في النظرية السابقة،

(١) نعم صاغ لينستر وبول ويرس نظرياتهم في الأصناف والعلاقات صياغة رمزية في كثير من مواضعها، وجاء شرويدر وتوج أعمالهم باصطناع مصطلح رمزي كبير تناول فيه النظريات السابقة مطورة، لكن

أضافها بيانو إلى ما بدأه الرواقيون يعد بيانو - ومن قبله فريجة - أول من وضع
لثوابت رموزا. رمز إلى السلب بالعلامة \sim ، وإلى الربط بالعلامة (\cdot) ، وإلى الفصل
بالعلامة (V) ، وإلى التضمن بالعلامة (\supset) ، وإلى التكافؤ بالعلامة (\equiv) . (سنبقى هذه
العلامات برسومها هذه في العربية) وحين يشرح بيانو نظرية الأصناف، يجعل الحروف
الأولى a, b, c إلخ رموزا لأصناف (وسنحيلها هنا بالحروف الأولى من العربية أ، ب،
ح على التوالي) ويرمز إلى العضو في صنف بالحروف الأخيرة x, y, z (وسنحيلها هنا
أيضا إلى الحروف الأخيرة من العربية هـ، و، ي) ويرمز بيانو إلى عضوية الفرد في
صنف بالعلامة (ε) وإلى احتواء الصنف في آخر بالعلامة (\subset) وهو نفس رمز التضمن.
رمز بيانو للدالة بالرمز (F) وإلى دالة القضية بالرمز $F(x)$ ، وإلى السور الكلى
universal quantifier بالرمز (x) ، وإلى القضية الكلية بالرمز $F(x)$ (x) وإلى السور
الوجودى existential quantifier بالرمز $(\exists x)$ وإلى القضية الوجودية بالرمز
 $(\exists x)F(x)$.^(٣)

٤٧- النسق الاستنباطى:

أ- أراد بيانو للمنطق الرمزى أن يكون نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة
والحساب؛ أى وضع منذ البدء طائفة الحدود اللامعروفة والتعريفات والمصادرات،
بحيث تصبح النظريات المنطقية استنباطا محكما من تلك البدايات وساهم بيانو -
كما قلنا - فى وضع مبادئ نظريات حساب القضايا وحساب الدالات وحساب
الأصناف، لكنه لم يساهم فى وضع أسس نظرية حساب العلاقات؛ وسوف نعرف من

لكن قوام هذه المصطلحات جميعا رموزا جبرية خالصة؛ أما مصطلحات فريجة وبيانو فقد خلست من
رموز الأعداد والعمليات الحسابية.

(٣) قارن: Kneale, op, cit., p. 521. وأيضا: Nidditch, op. Cit., p. 75.

بعد أن فريجة وأصحاب البرنكيبا يجعلون لكل نظرية من النظريات السابقة نسقتها الاستنباطي، لكن يبانو وضع نسقا واحدا يطبقه على النظريات التي شارك في بنائها، وفيما يلي إشارة إلى نسقه.

ب- الأفكار الأولية primitive notions: صنف، حد، تعريف، سلب، عضوية الفرد في صنف، والتضمن الصوري وتقرير قضيتين معا. هذه الأفكار نأخذها بلا تعريف، ونبدأ بها لوضوحها؛ هي واضحة لا لأنها فطرية أو قبلية، وإنما لبساطتها وأنه يمكن استخدامها في تعريف أفكار أخرى حين نريد التعليق على فكرتين فقط، ونبدأ بعضوية الفرد في صنف. لقد ميز بيانو بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر؛ إنه التمييز بين (سقراط إنسان) و(كل إنسان فان). من الواضح أن هذا التمييز مرتبط بالتمييز بين القضية الشخصية singular والقضية الكلية أو العامة، ولكي نوضح قيمة هذا التمييز الذي أعطاه بيانو - ومن ورائه المناطق الرمزيون المعاصرون - أهمية كبرى، يحسن الرجوع بالوراء قليلا.

ح - لقد رأى أرسطو - ومن ورائه المنطق التقليدي - أن القضية الشخصية والكلية من صورة منطقية واحدة، ومن الشواهد على ذلك ما يلي: (١) كان أرسطو يعتبر القضية الشخصية كما لو كانت قضية كلية إذا دخلت مقدمة في قياس. (٢) تنطوي القضية الكلية على تقرير وجودي لأفراد موضوعها أي أن الحد العام يدل على وجود واقعي كما أن اسم العلم يشير إلى شيء جزئي في الواقع، ذلك لأن أرسطو كان قد وصل إلى صياغة نظريته الواقعية في المعنى بحيث يكون بمقتضاها

للكليات والمعاني العامة قوام واقعي، وإن كان واقعا غير محسوس^(٨). (٣) موضوع القضية الشخصية مستغرق كموضوع القضية الكلية، ذلك لأننا ننظر إلى (سقراط) في القضية (سقراط فان) مثلا على أنه حد يسند المحمول كله إليه كجزء لا إلى جزء منه، واسم العلم لا يجرى عليه التجزى^(٩).

د- بالرغم من أن أرسطو والتقليديين لم يميزوا بوضوح كما أنهم لم يميزوا تمييزاً حاسماً بين القضية الشخصية والقضية الكلية، فإننا نجد عند أرسطو والتقليديين نقطا أخرى توحى بإدراكهم لذلك التمييز، نشير إلى بعضها فيما يلي. (١) يمكن سلب الحد العام بينما لا يوجد سلب لاسم العلم: (لا أبيض) قد يكون له معنى، بينما (لا سقراط) لا معنى له لأنه ليس اسما لأحد. (٢) للقضية الكلية عكس، بينما القضية الشخصية لا تعكس: تعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة، كما تعكس السالبة إلى كلية سالبة، بينما لا عكس للقضية الشخصية، ذلك لأن اسم العلم لا يكون محمولا في قضية. نعم يمكن لاسم العلم أن يتخذ مكان المحمول مثلما نقول أن (فيلسوف العدالة هو سقراط)، لكن حينئذ لا تؤدي (سقراط) وظيفة المحمول بل لا تزال موضوع الحمل. (٣) لقد ميز أرسطو في المقولات بين نوعين من الجوهر، الجوهر بالمعنى الأولي in the Primary sense، وهو الفرد individual، والجوهر بالمعنى الثانوي in the secondary sense وهو الأجناس والأنواع، ويعني أرسطو بذلك أن موضوع القضية الشخصية موضوع حمل حقيقى؛ بينما موضوع القضية

W. D. Ross, Aristotle, London, 5th ed. 1949, p. 158.

(٨) انظر:

Kneale, op. Cit., pp. 60 –1.

وأیضا:

D. Mitchell, An Introduction to Logic, pp. 43-4.

(٩) انظر:

الكلية موضوع حمل بالعرض^(١٠). وحين رفض أرسطو في الميتافيزيقا أن الأجناس والأنواع جواهر - في سياق هجومه على نظرية المثل الأفلاطونية - ظل على رأيه في أن الشيء الجزئي هو الموضع الحقيقي للحمل؛ وقد أكد ذلك حين ميز في سياق آخر في كتاب التحليلات الأولى بين الحمل الطبيعي natural predication والحمل المتكلف un natural p. وقد استخدم القضية الآتية لتوضيح هذا التمييز. تعبر القضية (قطعة من خشب بيضاء) a log is white عن حمل طبيعي حيث أننا نسند صفة البياض إلى شيء جزئي بينما تعبر القضية (الأبيض قطعة من خشب) the whit is a log عن حمل متكلف لأننا نعني أن شيئاً ما تصادف أنه أبيض، أي أن أبيض شيء حملنا عليه أنه قطعة خشب، حيث ليس من الطبيعي أن نحمل جوهراً على صفة^(١١). (٤) لا يستخدم اسم العلم كحد أوسط في قياس إلا في الشكل الثالث، لكننا حينئذ لا نستخدمه استخداماً حلياً، بمعنى أنه لا يقوم بوظيفة التعدي: حين نقول سقراط فيلسوف، سقراط مصلح للشباب، إذن بعض الفلاسفة مصلحون، فإن (سقراط) لم تقم بوظيفة الربط بين الحدين الأصغر والأكبر ربطاً كاملاً، مثلما تقوم "فان" مثلاً بوظيفة الربط الكامل في القياس "كل إنسان فان"، كل "فان" مركب، إذن "كل إنسان" مركب. تلك نقط منطقية نجدها هنا وهناك في المنطق الأرسطي، توحى بإدراك أرسطو بالتمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، لكنه لم يفعل. وقد يكون بيانو ممن أدرك كل هذه التمييزات أو بعضها، وقد لا يكون؛ لكن لبيانو

^(١٠) Categories, 2 a 11 – 13.

^(١١) An. Pr. 83a 5- 14. ؛ قارن أيضاً:

Ross, op. Cit., p. 166.

فضل كبير في التمييز بينهما؛ إن ذلك التمييز هو أساس التمييز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف في آخر.

هـ- التضمن: أدرك بيانو أن التضمن علاقة منطقية أساسية وربطه بصياغة القضية الشرطية المتصلة، كما فعل الميغاريون والرواقيون وبيرس من قبل؛ وربط بيانو أيضا - كما فعل بيرس من قبل - بين التضمن في مجال القضايا والاحتواء في مجال الأصناف؛ مثل على التضمن في نظره: (إذا كان هـ إنسانا فهو إذن فان) ذلك مثل على ما سوف يسميه رسل (التضمن الصوري) formal implication ليميزه عن التضمن المادي material im. ومثال له هو (إذا كان أ حينئذ ب) (المتغيرات هنا رموز إلى قضايا). لم يميز بيانو بين هذين النوعين من التضمن، ورأى كل تضمن صوريا.

و- التعريفات:

يقدم بيانو تعريفات أربعة: (١) إذا كان "أ" رمزا إلى صنف؛ "هـ، و" رمزين إلى أعضاء في ينتميان إلى أصناف، فان "هـ، و" أ تعنى أن ("هـ" عضو في "أ" وأن "و" عضو في "أ"). (٢) إذا كان "أ" و "ب" رموزاً لأصناف فإن (كل "أ" هو "ب") تعنى أن ("هـ" هو "أ" تتضمن أن "هـ" هو "ب"). (٣) إذا كان "أ" و "ب" رموزاً لأصناف، فإن الضرب المنطقي بينهما يتألف من عدد الأفراد التي تكون أعضاء من الصنفين "أ"، "ب" معا، أو أعضاء في الصنف "أ ب". (٤) الصنف الفارغ هو الصنف المحتوى في كل صنف.

يستعين التعريف الأول بفكرة عضوية الفرد في صنف ويوضح نفس هذه الفكرة، أما التعريف الثاني فإنه يستعين بفكرة التضمن (الصوري) ونلاحظ أن بيانو

توصل من فكرتي عضوية الفرد في صنف والتضمن الصوري إلى أن التعبير الصحيح في القضية الكلية الموجبة هو صياغتها على نحو ينطوي على التضمن الصوري، وقد توصل بيرس وفريجة إلى النقطة الأخيرة من قبل لكن كان ثلاثتهم يعملون باستقلال أحدهم عن الآخرين^(١٢) ويستعين بيانو في ثالث تعريفاته - وهو الضرب المنطقي - بفكرة لا معرفة هي تقرير قضيتين في وقت معا simultaneous affirmation of two propositions، وتعني أنه إذا كان "هـ" عضوا في الصنف "أ" وعضوا في الصنف "ب"، فإنه يمكن تقرير أن "هـ" عضو في الصنف "أ ب". رابع تعريفات بيانو ثورة على منطق بيرس وشرويدر لأن هذين يفهمان الصنف فهما ما صدقيا فقط، ومن ثم حين اعترافا بالصنف الفارغ لم يستطيعا إعطاءه تعريفا واضحا طبقا للنظرية الماصدية؛ لقد أعطى بيانو تعريفه الواضح لأنه نظر إلى الصنف نظرة مزدوجة: من جهة المفهوم ومن جهة الماصدق.

ز- القضايا الأولية:

القضايا الأولية primitive propositions قضايا نقبلها بلا برهان، ونستخدمها لاستنباط قضايا أخرى منها، وقد وضع بيانو خمسة قضايا أولية يمكن أن نستنبط منها كل قوانين المنطق الأكثر تعقيدا، ونذكرها فيما يلي:

(١) "كل صنف محتوي في ذاته" very class is contained in itself

يكافئ هذا المبدأ في حساب الأصناف - عند بيانو - ما يلي في حساب

القضايا وهو (كل قضية تتضمن ذاتها) very proposition implies

itself وكلاهما تعبير عن قانون الهوية.

(١٢) قارن الفقرات: ٣٧، ٥٣، ٥٤

(٢) "الضرب المنطقي بين صنفين جديد".

(٣) إذا كان أ، ب رمزين إلى صنفين فإن الضرب المنطقي بينهما - ما نعبر

عنه بالرمز أ ب - محتوي في الصنف أ ومحتوي في الصنف ب أيضا،

ويكافيء هذا المبدأ مبدأ آخر في حساب القضايا، وهو أن أي تقرير

عن صنف من القضايا يتضمن تقريراً عن أي قضية من هذا الصنف،

وصيغة هذا المبدأ الأخير: $ق. ل \supset ق$ $(p.q \supset p)$ ؛

$ق. ل \supset م$ $(p.q \supset q)$ ؛

(٤) صورتان متميزتان للقياس: (أ) (إذا كان أ، ب، ح أصنافاً وأن "أ"

محتوي في "ب"، هـ عضو في "أ"، فإن "هـ" عضو في "ب").

(ب) "إذا كان أ، ب، ح أصنافاً وإذا كان أ محتوي في ب، ب محتوي في

ح، فإن أ محتوي في ح". لقد ميز بيانو بين صورتين متميزتين من الضرب

الأول من الشكل الأول للقياس التقليدي - مما لم يكن ملحوظاً من قبل -

إذ تحوي الصورة الأولى قضية شخصية كمقدمة، بينما كل قضايا الصورة

الثانية كليات، وقد قام هذا التمييز على التمييز الحاسم بين القضية

الشخصية والقضية الكلية. نلاحظ أن الصورة (ب) من القضية الأولية (٤)

تنطوي على علاقتي التضمن والتعدي، وقد رأى بيانو أنها أساس لكل

استنباط ونلاحظ أيضاً أن بيانو نظر في الصورة (أ) من نفس القضية الأولية

في طبعاته التالية لكتابه المذكور، فوجد أنه يمكن - في حساب القضايا -

أن تتخذ الصورة الآتية:

$$[ق \supset (ل \supset م)] \supset [(ق. ل) \supset م].$$

$[p \supset (q \supset r)] \supset [(p \cdot q) \supset r]$ وقد علق رسل على الصيغة الأخيرة بقوله أنها صادقة دائما حتما لكن لا يمكن اشتقاقها من صورة الضرب الأول من الشكل حين تكون المقدمة الصغرى شخصية^(١٣).

٤٨ - خاتمة:

(١) يذكر لبيان أربعة مواقف رئيسة ساهم بها في إقامة المنطق الرمزي: (١) ابتكار مصطلح رمزي فذ في سهولته وبساطته ووضوحه نافس به المصطلحات الرمزية الأخرى التي قام بها منطقة آخرون معاصرون له مثل فريجة، وقد جذب مصطلحه الرمزي أصحاب البرنكيا فاصطنعوه في نسقهم المنطقي، وقد تميز هذا المصطلح أيضا باحتوائه على حروف لغوية تدل على الأصناف (أو الحدود العامة) وأفراد الأصناف (أسماء الأعلام) والقضايا، وعلامات أخرى ترمز إلى الثوابت المنطقية، ولقد خلا هذا المصطلح من رموز الجبر وعلامات الأعداد، ومن ثم يعتبر مصطلحه تطورا لمصطلحات أصحاب جبر المنطق.

(٢) قدم إضافات منطقية هامة نضرب هنا أمثلة منها: ميز بين اسم العلم والحد العام تمييزا حاسما، وبالتالي بين القضية الشخصية والكلية؛ ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر؛ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك الصنف، وذلك يعني أنه أعطى تعريفا للصنف من جهة المفهوم ومن جهة الما صدق؛ ومن ثم تعتبر هذه التميزات تطورا أو تصحيحا لمواقف أهل جبر المنطق.

(١٣) اعتمدنا في بيان خطوات النسق الاستنباطي وصيغه عند بيانو على الفقرات التي خصصها رسل في مبادئ الرياضيات لتلخيص منطق بيانو اعترافا بفضلها؛ انظر:

B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, pp. 26-36.

(٣) شارك في إقامة مبادئ ثلاثة نظريات في المنطق الرمزي هي: حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف، لكنه لم يهتم اهتماماً كافياً بوضع مبادئ نظرية حساب العلاقات وقدم بعض الأفكار الرئيسية في نظرية حساب القضايا، فوضع القضايا المركبة - والقضايا الشرطية المتصلة بوجه خاص - والثوابت المنطقية وبعض قوانين هذا الحساب في صيغ رمزية خالصة لم تكن معروفة عند الرواقيين أو بيريوس. وقد توصل بيانو إلى أفكار دالة القضية والسور الكلى برمزية خالصة. أما في حساب الأصناف فقد خلص هذه النظرية من رموز الجبر وعلامات الأعداد، كما خلصها من بعض الأخطاء المنطقية التي ارتكبها أصحاب جبر المنطق السابقون عليه والمعاصرون له كما قلنا؛ وقد وضع أيضاً أفكار الصنف الفارغ وعضوية الفرد في صنف وزاد بعض الأفكار السابقة في جبر المنطق توضيحاً.

(٤) وضع بيانو النظريات المنطقية السابقة في نسق استنباطي رمزي خالص بادئاً بقائمة الالمعرفات والتعريفات والمصادرات وفق مصطلحه الرمزي ونلاحظ أن الموقفين الأول والثاني مما ذكرنا أصبحا جزءاً لا يتجزأ من المنطق الرمزي فيما بعد، لكن بالرغم من أهمية ما أضاف من أفكار ومبادئ في النظريات الثلاث المشار إليها، فإنه لم يضعها بكل عناصرها وفي صورة كاملة، وسوف يقوم فريجة بهذا العمل الكبير ويطوره أصحاب البرنكيا.

الفصل العاشر

منطق فريجة (١)

القضايا والدالات

٤٩ - مقدمة :

أ- فردريك جوتلوب فريجة F. G. Frege (١٨٤٨ - ١٩٢٥) من أكبر الرياضيين الألمان في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين. كان أستاذ الرياضيات في جامعة يينا Jena فيما بين ١٨٢٩ و ١٩١٨. شارك في حركة (تحسب التحليل) أي تحويل التحليل إلى حساب، وفي (الاتجاه اللوجستيقي) أي رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة، وله جهوده الكبيرة في تعريفه للأعداد الصماء الواقعية والأعداد المركبة تعريفا منطقيا بحثا؛ وله نظريات في طبيعة العدد وطبيعة القضية الرياضية محددًا موقفه من نظريات كنط وهيل والرياضيين المعاصرين له^(١). وكان فريجة يعلم أنه قد سبقه غيره من الرياضيين إلى الاستعانة بتصورات منطقية في تحديد التصورات الرياضية وتعريف بعض أنواع الأعداد مثل ديدكند (١٨٣١ - ١٩١٦) و كانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨)، لكنه أدرك أنه لكي يكون العمل اللوجستيقي محكما يلزم أن يكون المنطق ذاته نسقا استنباطيا محكما، وهذا لم

(١) تجد تفصيلا لهذه المواقف في: Kneale, The Development of Logic pp. 435-8,

يقدمه السابقون عليه على نحو مكتمل؛ ولكي يؤدي فريجة هذا العمل الجديد كان يلزمه مراجعة المنطق التقليدي كله وأعمال لينتز وبسول المنطقية والإرشاد إلى أخطائها وتوجيهها وجهة جديدة، وذلك ما لم يقم به أحد من قبله فكان لفريجة تحليلاته الجديدة للقضية: ما هي وأنواعها، وعناصر كل منها، ووظيفة كل عنصر، ثم صياغته لقوانين الاستنباط.

ب- لقد دون فريجة أعماله في كتب ومقالات عدة نذكر أهمها: (١) كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب, begriffsschrift, eine der Arithmetischen nachgebildete formels prache des reinen Denkens (١٨٧٩)، وضع فيه أسس منطق الجديد ومحاولة لإقامة اتجاهه اللوجستيقي^(٢). (٢) أسس علم الحساب die grundlagen der Arithmetik (١٨٨٤)^(٣)، وهو محاولة متطورة للاتجاه اللوجستيقي مع نقد مواقف معينة في طبيعة العدد. (٣) القوانين الأساسية لعلم الحساب Die Grundgesetze der Arithmetik في جزئين نشر الأول عام ١٨٩٣ والثاني ١٩٠٣ وفي الفترة ما بين إخراج هذين الجزئين شعر أن لديه أفكار منطقية أصلية لم يحتويها كتابه الأول، فنشرها في مقالات ثلاث: (٤) الدالة والتصورات uber funktion und Begriff

^(٢) عنوان هذا الكتاب مضلل من وجهين: (١) يوحي بأنه بحث في منطق التصورات، بالرغم من أنه بحث في كل نظريات المنطق، (ب) يوحي بأنه بحث يرد المنطق إلى الحساب، بالرغم من أنه بحث يرد الحساب إلى المنطق.

^(٣) لهذا الكتاب ترجمة إنجليزية قام بها Austin بعنوان The Foundations of Arithmetic.

(١٨٩١)، (٥) التصورات والموضوع *uber Begriff und gegenstand* (١٨٩٢)،

(٦) المعنى والإشارة *uber Sinn und Bedeutung* (١٨٩٢)^(٤).

ح- قد تبدو نظرية بول إلى المنطق معارضة لنظرة فريجة من حيث أن الأولى تجعل المنطق فرعاً من الجبر وأن الثانية ترد الحساب إلى المنطق، لكن التعارض ليس حقيقياً، لم ينكر فريجة على بول ما قدمه للمنطق، وإنما أراد أن يخطو بالمناطق خطوات نحو الصورية والإحكام أكثر مما أتى عليه بول؛ أضف إلى ذلك أن بول لم يتناول إلا نظرية واحدة هي نظرية الأصناف، بينما يجعل فريجة هذه النظرية جزءاً من كل، يشمل منطقاً للقضايا والدالات والعلاقات أيضاً وقد يقال أن بيرس وشرويدر بحثا في بعض ما قدمه فريجة مثل رد بعض الأفكار الرياضية إلى أفكار منطقية، وفكرة الأسوار *quantifiers*، والقضية الوجودية، وبعض مبادئ الاستنباط في القضايا؛ لكن يجب ألا ننسى أن أبحاثهما هذه كانت محصورة في نطاق منطق الأصناف والعلاقات فقط، بينما كان منطق فريجة شاملاً، بالإضافة إلى إشارته إلى كثير من الأخطاء المنطقية التي وقع فيها بيرس وشرويدر؛ ومن ثم يمثل فريجة بحق الحلقة العظمى الثالثة من سلسلة تطوير المنطق الرمزي، ولا عجب إذا وجدنا كواين Quine أحد كبار المناطق المعاصرين - يجعل عام ١٨٢٩ حداً فاصلاً بين منطق قديم ومنطق جديد كان عام نشر فريجة كتابه التصورات^(٥).

(٤) هنالك ترجمة إنجليزية للباب الأول من كتابه التصورات ومقالات (الدالة والتصوير). (التصورات

والموضوع)، (المعنى والإشارة) ومقالات أخرى، وصدر بعنوان:

Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, by M. Black and Peter Geach, Oxford, 2nd ed., 1960.

في إشاراتنا المقبلة لهذا الكتاب سنذكر كلمة **Translations** متبوعة بعنوان الكتاب أو المقالة

الترجمة، وصفحة الكتاب المترجم.

(٥) W. V. O. Quine. *Methods of Logic*. London 1952. Preface vii.

د- بالرغم من أن فريجة كان عميقا أصيلا في أفكاره المنطقية فإنه لم يجذب انتباه المناطق إليه، ذلك لأن لغته الرمزية كانت صعبة الفهم ولقد كان بيانو أول من عرفه بعد خمس عشرة سنة من بعد أن كتب فريجة كتابه المنطقي الأول، حينئذ استفاد بيانو من منطقته وفلسفته الرياضية، كما حاول ابتكار مصطلحه الرمزي للمنطق بحيث استطاع قراء فريجة أن يفهموه إذا ما استخدموا لغة بيانو وأن أول من كشف عن عبقرية فريجة بتفصيل كبير لم يكن بيانو وإنما رسل حين عرفه عام ١٩٠١، وكان بيانو هو الذي أرشده إليه عام ١٩٠٠^(١).

٥٠- أخطاء القضية الحملية:

سنجمل منطق فريجه في ثلاثة موضوعات رئيسة: القضية والدالة ، المنطق كنسق استنباطي، المعنى والإشارة؛ سوف نوجز موضوع القضية والدالة على النحو التالي: لقد اكتشف فريجة بعض الأخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية الحملية، كما أشار إلى النقطة المنطقية التي قبلها من المنطق التقليدي في تلك القضية، ودعمها دعما جديدا، حين عرض ما في تصور ذلك المنطق في القضية الحملية من حسنات وعيوب ورأى أن لديه ما يقوله من صور أخرى من القضية غير القضية الحملية مثل قضية الهوية والقضية الوجودية، بل وجد لديه تعريفا جديدا للقضية المنطقية وتركيبها وحين فعل فريجة ذلك، لم يكن يريد أن يصلح المنطق التقليدي وإنما أراد الثورة عليه، إذ أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمجمول واصطناع لغة الدالة والحجة لكننا سنبدأ بالإشارة إلى الأخطاء التي رأى فريجة أن التقليديين وقعوا فيها في أثناء تناولهم للقضية الحملية.

(١) نجد تفصيل صلة رسل بفريجة وبيانو في الفقرة ٦٥ ب، حـ.

أ- بينما يرى المنطق التقليدي أن الحكم في القضية الحملية موجه إلى الموضوع، يرى فريجة أن الحكم موجه إلى الموضوع والمحمول دون تمييز، مثلما نحول معنى قضية ما من حالة البناء للمعلوم إلى البناء للمجهول. خذ القضيتين: (الإغريق هزموا الفرس)، (الفرس هزموا بواسطة الإغريق)، قد يتجه الحكم هنا إلى الإغريق مستنديين إلى هزيمتهم للفرس، كما يتجه نفس الحكم إلى الفرس مستنديين إليهم هزيمتهم أمام الإغريق. يمكننا أن نجعل الحد الذي يبدأ به قائل القضية أو كاتبها هو موضوع الحكم، حيث يريد توجيه الانتباه إليه، لكن ذلك أمر ذاتي لا قيمة له في لغة رمزية، ومن ثم رأى فريجة أن التمييز الحاسم بين ما هو موضوع وما هو محمول ليس ضروريا للتفكير في الحكم، وأنه يمكننا إصدار حكم دون أن نسند محمولا معينا إلى موضوع معين^(٧).

ب- بينما يرى التقليديون أن القضية الحملية تتضمن حكما أو تقريرا بشيء، يميز فريجة بين عنصرين في القضية: محتوى content وتقرير assertion، ويميز بعبارة أخرى بين الحمل والتقرير، إذ يمكننا إسناد محمول إلى موضوع دون أن نلتزم بتقرير صدق أو كذب؛ في القضية إذا كان القمر شديد البرودة فحياة الإنسان عليه مستحيلة، إذا أخذنا مقدم تلك القضية أو تأليها وحده، يكون لدينا حمل لا تقرير، أي نكون قد أعلننا فكرة أو مجموعة أفكار دون أن نقرر شيئا^(٨).

ج- رأى فريجة أن السور في القضية الحملية جزء من المحمول، وليس مستقلا عنه كما ظن التقليديون. المحمول في القضية (كل فيلسوف عالم بالمنطق) ليس عبارة (عالم بالمنطق) وإنما (كلعالم بالمنطق)، إن المحمول في

(7) Translation, Begriff, p. 3

(8) Ibid., pp. 1-2, 64n.

القضايا (كل مصرى يتقن العربية) ، (كل مصرى لا يتقن العربية) هو (كل يتقن العربية)، (كل لا يتقن العربية)^(٩).

د- يرى التقليديون أن القضية السالبة لا تصدر حكما جديدا بقدر ما تسلب حكما موجبا، ومن ثم رأوا وظيفة السلب إنكارا لحكم ما، بينما يرى فريجة أن القضية السالبة حكم مستقل بذاته يحمل معنى مستقلا ويمكننا رفضه كالقضية الموجبة تماما. ولو كان السلب عدما لما أمكننا إنكاره، إذا أننا ننكر دائما حكما قائما ويوضح فريجة هذا التمييز بمثالين: إذا لم يكن المتهم فى برلين وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ إذا كان المتهم فى روما وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ لكن المتهم كان فى روما وقت ارتكاب الجريمة؛ إذن لم يكن هو المجرم. رأى فريجة أن هذين القياسين الشرطين المتصلين من صورة منطقية واحدة بالرغم من أن المقدمة الكبرى فى الأول تنطوى على سلب وفى الثانى تنطوى على إيجاب. ومن جهة أخرى، رأى فريجه أن لا اختلاف بين القضية الموجبة والسالبة من حيث الصورة المنطقية وإنما فى محتوى حكم كل منهما فقط؛ فقد رأى فريجة صعوبة فى تمييز القضية الموجبة من السالبة. خذ أمثلة: (النبي معصوم)، (النبي لبس معصوما)، (النبي معرض للخطأ). نعم نعتبر محتوى القضية سالبا إذا حوت القضية أداة السلب لكن من الممكن أن يكون محتوى القضية سالبا دون استخدام أداة سلب^(١٠)؛ فإذا كنا فى سياق الاعتراض على عصمة النبي، كانت القضية (النبي معصوم) سالبة فى

(٩) Ibid., Negation, pp. 127, 131. انظر أيضا P. Geach, Reference and Generality, N. Y., 1962, p. 58.

(١٠) Translations, Negation, pp. 124-5.

محتواها، وإذا كنا في سياق الاعتقاد بعصمة النبي كانت القضية (النبي معرض للخطأ) سالبة.

هـ- ليس التمييز بين القضية الكلية والجزئية عند فريجة تمييزاً بين صورتين منطقيتين مختلفتين وإنما تمييزاً بين محتوى الحكم فيهما. في القضيتين (كل إنسان ذكي)، (بعض الناس أذكاء)، لا نقول هذا حكم جزئي وذاك حكم كلي: كلاهما حكم ويقوم الخلاف بينهما في محتوى الحكم فقط سواء وصف الناس كلهم بالذكاء أو وصف بعضهم فقط، لكن صورة الحكم واحدة وهي الصورة الحملية^(١١).

٥١- اسم العلم والمحمول:

أ- بالرغم من اكتشاف فريجة بعض الأخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية الحملية فقد اتفق مع ذلك المنطق في نقطة أساسية وهي أن اسم العلم إذا دخل في قضية حملية يكون موضوعاً دائماً ولا يكون محمولاً، وهو ما أسماه أرسطو (الجوهر بالمعنى الأولي).^(١٢) ورأى فريجة أن اسم العلم لا يؤدي وظيفة المحمول، وأن المحمول لن يكون موضوعاً لحمل بالمعنى الدقيق حيث يقول فريجة: (... إن التصور (كما أفهم الكلمة) يقوم بوظيفة المحمول، أما اسم شيء ما - اسم العلم - فإنه عاجز تماماً عن استخدامه كمحمول ويبدو أن ذلك يحتاج لتوضيح وإلا كان [التمييز] باطلاً^(١٣). حين وضع فريجة هذه النقطة توصل إلى تحليلات جديدة لأنواع أخرى من القضية، إذ اكتشف التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، وأن

(11) Translations, Begriff, pp. 4-5.

(12) قارن الفقرة ٤٦ د.

(13) Translations, Concept and Object, p. 43.

الأولى حملية بالمعنى الدقيق وأن الثانية ليست حملية^(١٤)؛ واكتشف أيضا نوعين من القضايا لا يوصفان بأنهما حمليتان هما قضية الهوية والقضية الوجودية لقد توصل فريجة بعبارة أخرى إلى أن القضايا الكلية والهوية والوجودية ليست قضايا حملية على الإطلاق.

ب- لقد أقام فريجة التمييزات الآتية بين اسم العلم والمحمول: (١) الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي إشارته إلى شيء فردي معين ويسميه (موضوعا) object^(١٥)، بينما رأى أن الوظيفة الأساسية للمحمول أن يدل على تصور concept، والتصور هو المعنى العام الذي يندرج تحته أشياء فردية متعددة والخاصة الأساسية لاسم العلم أنه لفظ يؤدي معنى تاما مستقلا دون حاجة إلى لفظ آخر يتمم معناه؛ (سقراط) اسم علم يعطى معنى تاما مستقلا، ومعناه هو من يمكن أن نتحدث عن شخصيته وأفكاره إذا كنت تعرف الفلسفة الإغريقية؛ أما الخاصة الأساسية للمحمول فهي أنه لا يمكنك استخدامه بمفرده وإنما يحتاج إلى اسم علم ليعطيه معناه؛ (إنسان) لفظ دلالة في ذاته ناقصة ويحتاج إلى اسم علم ليتمم معناه، ومن ثم

(١٤) وجدنا هذا التمييز عند بيانو، لكننا نلاحظ أن فريجة كان أسبق منه إلى إعلان التمييز، لأنه نادى به في مقال نشر عام ١٨٩٢، بينما أشار بيانو إليه في *Notations de Logique Mathematique* الذي نشر عام ١٨٩٤. انظر: p. 44n., p. 94n.

(١٥) يستخدم فريجة كلمة (موضوع) object لتدل على أشياء عدة: الوجود الفردي الجزئى المحدد، العدد، قيمة الصدق، المكان، الفترة الزمنية إلخ، ويرتبط توضيح رأيه في هذه النقطة بفلسفة الرياضيات حيث يرى أن الأعداد مثلا ليست مجرد رموز من صنع الإنسان وإنما هي أشياء لها موضوعيتها واستقلالها عن الإنسان، وأن على الإنسان أن يكشفها وسوف نتجامل هنا الموقف الواقعي بالمعنى الأسكولائي لفريجة في العدد وقيمة الصدق إلخ ولتتم هنا فقط بالموضوع كشيء يشير إليه اسم العلم؛ وستترجم object بعبارة (شيء جزئي فردي) لا (موضوع) حتى لا تختلط الكلمة بالموضوع كعنصر في القضية الحملية. انظر.

Translations, Sense and Reference, p. 61.

لا يقوم الاسم - حيث يسمى شيئاً فردياً واحداً - بوظيفة الحمل أى الدلالة على معنى عام، كما أن المحمول لا يقوم بوظيفة الاسم - حيث أنه ليس اسماً لشيء فردي واحد^(١٦).

(٢) الكلمات الدالة على السور في القضية مثل (كل)، (بعض)، (لا)..... إلخ لا معنى لها إذا ارتبطت باسم العلم، لكن لها معنى إذا ارتبطت بالمحمول. (كل سقراط)، أو (بعض سقراط) عبارات لا معنى لها لأن اسم العلم لا يجرى عليه التبويض، (لا سقراط) ليس اسم علم لأن اسم العلم لا يسلب، بينما يكون للكلمات الدالة على السور معنى إذا ارتبطت بالمحمول: (ليس سقراط عالماً فيزيقياً) تعبير ذو معنى^(١٧)

٥٢- قضية الهوية:

أ- وجد فريجة في التمييز بين القضية الشخصية singular proposition وقضية الهوية identity p.^(١٨) أساساً للتمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول. نقول عن (الإسكندر قائد عظيم) أو (الزهرة كوكب) أنها قضية شخصية؛ نقول عن (الإسكندر مؤسس مدينة الإسكندرية)، أو (الزهرة هي النجم الصباحي) أنها قضية هوية: إن القضية الشخصية نوع مألوف عند التقليديين، وكانوا ينظرون إليها على أنها من نفس الصورة المنطقية للقضية الكلية، لكن يرجع الفضل إلى فريجة في أنه أول من أعلن التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية في العصر الحديث، وأن

(16) Geach, Reference and Generality, pp. 178-9.

Translations, Concept and Object, p. 48.

(١٧) قارن:

(18) لم يستخدم فريجة عبارات (قضية شخصية) و(قضية هوية) وإنما تحدث عن الجملة يندرج فيها شيء تحت تصور ليعنى القضية الشخصية، وعن القضية التي تحوى اسم علم بينهما علاقة مساواة ليعنى قضية الهوية. أما تعبيرات (قضية شخصية) و(قضية هوية) فقد شاعت عند بيانو ثم رسل انظر:

Translations, p. 44.

الأولى قضية حملية بالمعنى الدقيق، وأن الكلية ليست حملية على الإطلاق^(١٩). ونلاحظ أن قضية الهوية صورة جديدة من القضايا لم يتناولها التقليديون، وقد أثبت فريجة بتحليله أنها ليست قضية حملية.

ب- يبدو أن فريجة يعطى معيارين ليميز بهما القضية الشخصية من قضية الهوية: (١) تدل الرابطة في القضية الشخصية على الحمل، بينما تدل في الثانية على المساواة equality أو الهوية identity. (٢) لا يمكن تغيير مواضع عنصرى القضية الشخصية دون أن تصبح بلا معنى. بينما يمكن تغيير مواضع عنصرى قضية الهوية دون إخلال بالمعنى. إن المعيار الثانى أكثر المعيارين أهمية. خذ القضية (الإسكندر قائد عظيم)، الإسكندر اسم علم وهو موضوع حمل، (قائد عظيم محمول يدل على تصور أو معنى عام تندرج تحته الشخصية المقدونية كما تندرج تحته غيرها من القادة. أما العبارة (قائد عظيم هو الإسكندر) فإنها ليست قضية حملية على الإطلاق بل تعتبر صيغة رديئة لقضية ما لأن الإسكندر اسم علم يشير إلى شخص فرد ولا يمكن أن يؤدي وظيفة المحمول إذ أن المحمول يدل على معنى عام ولا يسمى فرداً؛ (قائد عظيم) ليس موضوع حمل لأنه ليس اسماً ولا يمكن أن يؤدي وظيفة الموضوع. نعم يمكنك أن تعنى بالعبارة (القائد العظيم هو الإسكندر) أن الإسكندر يوصف بأنه أعظم القادة، لكن حينئذ تصبح الصيغة متكلفة لقضية حملية وليست طبيعية، إذ أن الحمل الطبيعى ما ينطوى على أن يكون موضوع الحمل سابقاً على المحمول. نرى مما سبق أن القضية الشخصية تصبح بلا معنى إذا غيرنا مواضع

^(١٩) ميز بطرس راموس Peter Ramus من نقاد المنطق الأرسطى في القرن السادس عشر بين القياس

الذى مقدمته الصفري ونتيجته قضايا شخصية، والقياس الذى مقدمته ونتيجته قضايا كلية؛ انظر:

A. N. Prior, Formal Logic, Oxford, 2nd ed., 1962, p. 160.

الموضوع والمحمول لأن اسم العلم لا يؤدي وظيفة المحمول وأن المحمول لن يكون موضوع حمل.

ج- ننتقل إلى قضية الهوية في القضية (الإسكندر مؤسس الإسكندرية) ليس لدينا محمولا ولا موضوع حمل وإنما لدينا اسما علم. فمن الواضح أن (الإسكندر) اسم علم وينظر فريجة إلى مؤسس الإسكندرية، على أنها اسم علم ما دامت تشير إلى فرد واحد معين دون غيره، وأن الرابطة بين حدى قضية الهوية تعبر عن مساواة أو هوية، ومن ثم يمكن تغيير مواضع الحدين ويظل الحكم هو هو، أن القضية (مؤسس الإسكندرية هو الإسكندر) تصدر نفس الحكم الذي تصدره القضية الأصلية^(٢٠)

د- تحليله لقضايا الهوية، وصل إلى نقطة جديدة في التمييز بين اسم العلم والمحمول وأعلن أنه بالرغم من أن اسم العلم لا يمكن أن يكون محمولا في قضية، فإنه لا يمكن أن يكون جزءا من محمول. خذ قضية الهوية (الزهرة هي النجم الصباحي)؛ رأينا أن القضية (النجم الصباحي هو الزهرة) تساوى القضية الأولى في المعنى وتعبر عن نفس الحكم، لكننا نجد الآن أن القضية (النجم الصباحي ليس إلا الزهرة) تساوى في معناها القضيتين السابقتين ونلاحظ أن المحمول في القضية الأخيرة ليس (الزهرة)، وإنما (ليس إلا الزهرة)، وأن هذه العبارة الأخيرة لم تعد اسما لكوكب وإنما تعبير يدل على تصور وإن كان لا يندرج تحته إلا شيء واحد وهو كوكب الزهرة، ومن ثم تصبح القضية (النجم الصباحي ليس إلا الزهرة) قضية حملية

(٢٠) Translations, Concept and Object, p. 44. سوف نرى فيما بعد أن رسل يميز

تميزا منطقيا حاسما بين عنصرى (قضية الهوية) في (النظرية الوصفية).

أو شخصية موضوعها (النجم الصباحي) وهو اسم يشير إلى الزهرة وأن محمولها هو
التصور السابق الإشارة إليه^(٢١).

٥٣- القضية الكلية والجزئية والتسوير:

أ- حين ميز فريجة بين اسم العلم والمحمول، أقام تمييزاً حاسماً بين
القضية الشخصية والقضية الكلية، وأعلن أنهما صورتان منطقيتان مختلفتان للقضية،
وأن الأولى هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق، وأن الثانية ليست حملية على
الإطلاق، ذلك لأن موضوع القضية الكلية حد عام يدل على تصور ومن ثم يؤدي
وظيفة المحمول بالرغم من أنه يتخذ مكان الموضوع وينبغي أن ننظر إلى القضية
الكلية على أنها شرطية متصلة، لا حملية؛ إن التعبير الصحيح عن الصيغة (كل أ هو
ب) يكون (إذا كان يوجد شيء ما مما نحمل عليه الخاصة أ يلزم أن نحمل عليه
الخاصة ب)؛ ومن ثم فالقراءة الصحيحة للقضية (كل الحيوانات الثديية حيوانات
فقرية) هي (إذا كان هـ حيواناً ثديياً فإن هـ حيوان فقري) (هـ متغير يرمز إلى شيء
فردى في الواقع)^(٢٢) ونلاحظ أن فريجة ذكر هذه النقطة بوضوح تام في مقال نشر
عام ١٨٩٢، لكننا نجد أنه وصل إليها بطريق غير مباشر في سياق تحليله المستفيض
لفكرة الشرط conditionality عام ١٨٧٩^(٢٣) فحين وصل فريجة إلى أن القضية
الكلية إنما هي في الحقيقة شرطية متصلة، أدرك أنه لا يتحتم أن تنطوي على تقرير
وجودي existential import لأفراد موضوعها كما لا تنطوي القضية (كل إنسان
فان) بالضرورة على تقرير وجود الناس في الواقع، وإنما تقرر فقط أنه إذا كان يوجد

(21) Translations, Concept and Object, p. 44.

(22) Ibid., p. 47.

(23) Ibid., Begriff, pp. 5-7, 20.

شيء ما مما يوصف بالإنسانية فيلزم أن يوصف أيضا بالفناء ووصل فريجة من جهة أخرى إلى أن القضية الجزئية تتضمن تقريراً وجودياً واقعياً لأفراد موضوعها^(٢٤) ونلاحظ أن ليبنتز وبول قد أدركا هذه النقطة لكن الأول لم يصدق نفسه لمعارضتها لأرسطو وأن الثاني لم يدرك أهميتها الثورية على المنطق التقليدي^(٢٥).

ب- حين بحث فريجة في القضايا الكلية والجزئية، تناول السور quantifier بالتحليل؛ إذا أعطي المعنى السابق لكلمة (كل)، أي أنها لا تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوع القضية التي يرد فيها، وأعطى معنى (بعض) لتعني (شيء واحد على الأقل)، وتنطوي على تقرير واقعي لأفراد موضوعها. السور عند فريجة نوعان: سور كلي universal quantifier (وهذا التعبير من اصطلاح بيرس) ويعبر عنه فريجة بالعمومية generality، وسور جزئي أو وجودي existential quantifier؛ ولقد وضع فريجة لكل من النوعين رمزا خاصا سنشير إليه فيما بعد، بل وانطلق من هذه الرموز إلى إقامة نظرية منطقية جديدة هي نظرية التسوير quantification theory أو نظرية حساب دالات القضايا functional calculus ويعتبر فريجة بحق مؤسس هذه النظرية^(٢٦) ولقد سبق لبيرس أن تناول الأسوار ووضع لها رموزا، لكنه كان مهتما فيها بتطوير منطق العلاقات فقط، بينما استخدم فريجة تحليله للأسوار لإقامة مبادئ النظرية المشار إليها، وهي نظرية غريبة على بيرس^(٢٧) تماما.

(24) Kneale, The Development of Logic, p. 485.

(٢٥) انظر الفقرات ١٢١، ٢٨ ب.

(26) Quine, op. Cit., p. 166.

٥٤- القضية الوجودية:

أ- لقد قدم فريجة تمييزاً آخر بين اسم العلم والمحمول، حين حلل نوعاً آخر من القضايا ونعنى به القضايا الوجودية existential propositions. القضية الوجودية هي ما يكون موضوعها حداً عاماً دالاً على تصور، ومحمولها حداً دالاً على وجود، مثلما نقول (الناس موجودون) أو (الحياد المجنحة موجودة)، وقد أعلن فريجة أن القضية الوجودية إذا كان موضوعها اسم علم فلا معنى لها ولا دلالة فإن القضية (قيصر موجود) ليست صادقة ولا كاذبة وإنما بلا معنى senseless لأننا حين نحمل الوجود على شخص معين نأخذ الوجود بمعنى تقرير وجود واقعي محسوس لذلك الشخص، لكن ما دامت الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي أنه يسمى شيئاً معيناً في الواقع ومن ثم يتضمن استخدامنا له وجود مسماه فعلاً، فلا معنى إذن لإسناد وجود إليه. ومن جهة أخرى، حين نسند الوجود إلى حد عام فإننا لا نعنى إثبات وجود واقعي لأفراده وإنما نعنى أن هنالك معنى للتصور الذي يدل عليه استخدام هذا الحد العام، سواء له أمثلة في الواقع أو ليست له أمثلة. خذ القضايا الآتية: (الحيوانات التي تمشي على رجليين موجودة)، (الحصن المجنحة موجودة) - تلك قضايا لا تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعاتها، وإنما تنطوي على أن للموضوع معنى أو أنه يمكننا تصوره والتفكير فيه.

ب- ونلاحظ أن فريجة في تحليله للقضية الوجودية لم يستخدم الصور اللفظية السابقة مثل: (..... موجود)، وإنما كان يستخدم عبارات مثل: (لا يوجد.....)، (There is.....)؛ (يوجد شيء مما يكون ...) (Something is a)، (لا يوجد شيء مما يكون...) (there is such thing as). نقول مثلاً (يوجد جذر

تربيعى واحد على الأقل للعدد ٤)، أو (هنالك حيوانات تمشى على أربع)، لهذه القضايا دلالة بمعنى أن الوجود يحمل على أنواع من الأشياء، لكنه لا يحمل على أفراد. لاحظ أنه ليس بالقضية الوجودية موضوع: فى التعبير (يوجد.....) فنجد أن ما بعده يكون محمولا، لكن (يوجد) هنا هى ذاتها محمولا، ومن ثم فرق فريجة بين محمول من الدرجة الأولى، ومحمول من الدرجة الثانية وكان يسند المحمول من الدرجة الأولى إلى أفراد، ويسند المحمول من الدرجة الثانية إلى محمولات من الدرجة الثانية وإلى محمولات من الدرجة الأولى فحين نقول (س فيلسوف) فإن (فيلسوف) محمول من الدرجة الأولى، ولكن حين نقول (يوجد فلاسفة) فإن (يوجد) محمول من الدرجة الثانية، أى أن صنف الفلاسفة يمكن التفكير فيهم أو الحديث عنهم^(٢٧).

٥٥- الدالة:

أ- لم يبدأ فريجة بناءه المنطقى الضخم بالأفكار السابق ذكرها، وإنما كانت نقطة بدايته تطبيق فكرة الدالة function فى الرياضيات على المنطق وحاول كتابة القضية المنطقية بلغة الدالة، وقد احتاج منه ذلك إلى دراسة جديدة لعناصر القضية وأنواع القضايا، ومن ثم كشف عن قضية الهوية والقضية الوجودية والقضية المركبة وأعطى تحليله الجديد للقضية الكلية والقضية الجزئية، وأراد وضع كل صورة من

Translations, Concept and Object, pp. 49-50.

(٢٧) انظر:

وأيا:

G. E. M. Anscombe and P. Geach, 3 Philosophers: Aristotle, Aquinas, Frege. Oxford, 1961, pp. 137-8, 159.

P. Geach, ((What actually exists?)) in The Aristotelian Society Proceedings, Supplementary Volume, XI II, 1968, pp. 7-9.

هذه الصور في لغة الدالة لكنه أدرك أنه بحاجة لدراسة الثوابت المنطقية التي تنطوي عليها القضية المركبة ومن ثم انطلق إلى وضع أسس منطق الاستنباط أي استنباط قضية من أخرى ووضع قواعد هذا الاستنباط، مما سوف يسمى فيما بعد (حساب القضايا) وأدرك ثانياً أنه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التي تنطوي عليها القضايا الكلية والجزئية والوجودية، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس نظرية جديدة، سميت فيما بعد (حساب دالات القضايا) وأراد فريجة ثالثاً كتابة كل هذه الأنواع من القضايا بعناصرها من حدود وثوابت وأسوار وقواعد استدلال القضايا بلغة الدالة وبذلك ارتفع بالمنطق في صورته إلى حد بعيد ولم يكتف فريجة بتقديم المنطق رمزياً صورياً خالصاً، وإنما أراد له أن يكون نسقاً استنباطياً له أفكاره اللا معرفة وتعريفاته ومصادراته التي يجب أن توضع صريحة منذ البدء. كان فريجة في كل هذه التحليلات يرجع إلى المنطق التقليدي ينظر في نظرياته بعين فاحصة ويضع يده على ما فيها من صواب فيدعمه دعماً جديداً، وعلى ما بها من أخطاء فيشير إليه. وحين تعمق في القضية الحمليّة التقليديّة لم يكن يقصد إلى إصلاح المنطق التقليدي وإنما بتعمقه كان يهدف للاستغناء عنه كما أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة ومن ثم يمكننا فهم قوله في افتتاحية كتابه التصورات: (ليس للتمييز بين الموضوع والمحمول مكان في طريقي لتناول القضية)^(٢٨) إن نظرية فريجة في كتابة القضايا بلغة الدالات موضوع الفقرة التالية ونقدم لذلك بكلمة عن شرحه للدالة في الرياضيات.

إن فكرة الدالة مأخوذة من علم التحليل^(٢٩)، ويعرفها فريجة كما يلي:

(28) Translations, Begriff, p. 2.

(٢٩) قارن، الفقرة ٤٤ ب.

(افرض أن لدينا رمزا بسيطا أو مركبا في مكان واحد أو أكثر في تعبير ما ... فإذا تخيلنا إمكان استبدال هذا الرمز بآخر (وأن يكون [الرمز الأخير] هو هو في كل حالة نقوم فيها بعملية الاستبدال) في مكان أو أكثر، فإن الجزء من التعبير الذي يظل باقيا في حالة الاستبدال نسميه (دالة) والجزء الذي يمكن استبداله نسميه (حجة الدالة) (argument of the function) (30).

خذ التعبير الآتي: $2s^2 + s$ ؛ الدالة هي ما يبقى في التعبير بعد استبعاد السينات أي $2()^2 + ()$ والحجة هي ما يوضع في المكان الخالي. يمكن للحجة أن تكون غير محددة كما هو الحال في المثال السابق، كما يمكن أن تكون الحجة محددة، وحينئذ تسمى الحجة المحددة (قيمة الدالة لحجة ما) the value of a function for an argument. مثال على الحجة المحددة للدالة السابقة: $2(1)^2 + 1 = 3$ ، $2(4)^2 + 4 = 36$ ، فنقول أن العدد 3 قيمة للدالة $2s^2 + s$ للحجة 1، والعدد 36 قيمة نفس الدالة للحجة 4 وقد يكون لدينا دالة واحدة لتؤلف مع حجج مختلفة أعدادا مختلفة كالتعبير السابق، وقد يكون هنالك دالات مختلفة لتمثل قيمة واحدة مثل:

ح- خذ الدالة s^2 وافرض أني استبدلت بالمتغير s حججا مختلفة سوف أحصل على قيم مختلفة مثل: $1 = (-1)^2$ ، $1 = (1)^2$ ، $1 = (2)^2$ نلاحظ أن الدالتين الأولى والثانية صادقتان، أما الدالة الثالثة فإن قيمتها كاذبة. يدخل فريجة هنا عبارة (قيمة صدق) truth-value، وهي الحكم على دالة ما بالصدق إن كانت صادقة، وبالكذب إن كانت كاذبة ومن ثم يقول أن (قيمة الدالة قيمة صدق). نقول عن

(30) Translations, Begriff, p. 13.

الدالة $(1-)^1 = 1$ أن قيمة صدقها الصدق، وعن الدالة $(2)^2 = 1$ أن قيمة صدقها الكذب⁽³²⁾.

د- وصل فريجة من تحديده للدالة في الرياضة إلى أنها (ناقصة) incomplete أو (غير مشبعة) unsaturated، لأنها تحوى مكانا خاليا وتصبح تعبيرا تاما إذا ملأنا المكان الخالي بحجة محددة، وفي ذلك يقول فريجة: (أنا مهتم ببيان أن الحجة لا تتعلق بالدالة وإنما ترتبط بها لتؤلف كلا واحدا لأن الدالة في ذاتها يجب أن تكون ناقصة في حاجة إلى إتمام، أو أنها غير مشبعة، ومن هذه الجهة تختلف الدالات اختلافا أساسيا عن الأعداد....)⁽³³⁾

٥٦- الدالة والقضية:

أ- فريجة أول من طبق فكرة الدالة الرياضية في المنطق⁽³⁴⁾، إذ رأى أنه يمكننا النظر إلى القضية، لا على أنها مؤلفة من محمول وموضوع، وإنما من دالة وحجتها ولقد ربط فريجة بين المحمول والدالة فكيف تم له ذلك؟ لقد سبق له أن ربط الدالة بقيمة الصدق حين رأى أن بالدالة مكانا خاليا إذا ملأناه بحجة. يصبح للدالة قيمة صدق، ومن جهة أخرى ربط المحمول بقيمة الصدق لكنه لم يوضح بطريق مباشر وجه الربط ومن اليسير أن نجد تفسيراً لهذا الربط: إذا قلنا أن القضية

⁽³²⁾ Ibid., p. 28.

⁽³³⁾ Ibid., p. 24.

⁽³⁴⁾ لقد وصل بيانو إلى فكرة تطبيق الدالة الرياضية في المنطق لإمكان اشتقاق أصول الحساب من مبادئ منطقية، مما سجله في كتابه "المصطلح الرمزي للمنطق الرياضي" الذي نشر عام ١٨٩٤ بينما أدخل فريجه هذا التطبيق منذ عام ١٨٧٩ م دون أن يعرف بيانو ذلك إلا بعد خمسة عشر عاما، ومن ثم لفريجة فضل السبق إلى هذه الفكرة. قارن:

D. Mitchell, Introduction to Logic, London, 2nd ed., 1962, p. 77.

تعبير يحتمل الصدق أو الكذب، فتجد أنت الصدق أو الكذب قائما في أن المحمول يسند إلى الموضوع إيجابا (صدقا) أو سلبا (كذبا) ومن ثم فالمحمول هو الذى يحدد صدق القضية أو كذبها، ولقد ربط فريجة إذن الدالة بقيمة الصدق كما ربط قيمة الصدق بالمحمول، ومن ثم ربط الدالة بالمحمول ولقد استطاع فريجة حينئذ أن يعرف القضية بأنها (دالة مكتملة) a completed functional expression^(٣٥) ويقصد بذلك أن القضية تتألف من جزئين : جزء تام في ذاته وهو الموضوع أن كان اسم علم ونسبته الحجة ناقص وهو المحمول ونسبته الدالة. خذ مثالا: (عمرو فتح مصر): (.....فتح مصر) حجة، (.....فتح مصر) وحدها تعبير ناقص في حاجة إلى إتمام، ويتم حين نملا الفراغ باسم، فإذا ملأنا الفراغ أمكننا الحديث عن قيمة صدق الدالة.

د- أدت هذه النظرة إلى القضية إلى رفض التمييز التقليدي بين الموضوع والمحمول في القضية. لقد رأى التقليديون أن الحكم في القضية الحملية منسوب على الموضوع، ورأى فريجة أن الحكم منسوب على الموضوع أو على المحمول بلا تمييز، ومن ثم يمكن النظر إلى أى من جزئى القضية على أنه موضوع أو محمول. خذ مثالا: في القضية (بروتس قتل قيصر) يمكن اعتبار (.....قتل قيصر) دالة، و(بروتس) حجة، بحيث يمكن تغيير هذه الحجة باسم آخر مع بقاء نفس الدالة، كأن نقول مثلا (كاوس قتل قيصر)، وحينئذ نحكم على الدالة الأولى بالصدق، وعلى الدالة الثانية بالكذب ويمكننا اعتبار (بروتس قتل) دالة، و(قيصر) حجة في القضية (بروتس قتل قيصر)، ويمكننا أن نحفظ بالدالة الجديدة ونأتى بحجة مختلفة:

(35) G. E. M. Anscombe, An Introduction to Wittgenstein's Tractatus, London, 1959, p. 103.

حين نقول أن (بروتس قتل) هى الدالة فإننا نعنى إسناد ارتكاب بروتس جريمة القتل، وأن قيصر هو موضوع هذا الإسناد، أو الحجة. ولئن سألت فريجة: إذا جعلنا أى عنصرى القضية دالة أو حجة بلا تمييز، فقد لا نعرف أيهما أسند إلى ماذا؟ يجيب فريجة إنه لا معنى لهذا السؤال، مثلما نقول عن التعبير $(2+3)$ هل العدد ٢ هو الذى أضيف إلى العدد ٣ أم العدد ٣ هو الذى أضيف إلى العدد ٢^(٣) ونلاحظ أخيراً أن هذه النظرة إلى القضية لا تتعارض مع تمييز فريجة الأساسى بين اسم العلم والمحمول، لأنه قال إنه بالرغم من أن الاسم لن يكون محمولاً، فإنه يمكن أن يكون جزءاً من المحمول وأضف إلى ذلك أنه لا زال للتمييز بين الموضوع والمحمول أهمية كبرى فى صياغة القضية بلغة الدالة لأنه يجب التمييز بين القضية الشخصية والقضية الكلية.

(٣) انظر: Anscombe and Geach, 3 Philosophers ect. P. 151.

الفصل الحادى عشر

منطق فريجة (٢)

المنطق نسق استنباطى

٥٢- مقدمة:

لاحظنا فى ثنايا بحثنا أن محاولة إقامة المنطق علما رمزيا استنباطيا بالمعنى الدقيق قد أخذت مراحل عدة: فلقد استخدم أرسطو بعض الرموز فى منطقهِ، لكنه لم يضع عناصر كل قضاياهِ وكل قوانينهِ فى صورة رمزية، كما أن فكرة إقامة المنطق نسقا استنباطيا لم تنشأ فى ذهنه^(١) ولقد نجح الرواقيون فى تطوير الرموز الأرسطية، كما قدموا باكورة الجهد فى إقامة المنطق نسقا استنباطيا. وحاول لينتز إقامة منطق للأصناف فى نسق استنباطى، لكنه لم يقطع شوطا كبيرا كما حاول بول إقامة منطق

(١) إذا أخذنا النسق الاستنباطى فى المنطق بمعنى أن نضع قائمة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات وقواعد الاستدلال صريحة منذ البدء، ثم نقوم بعد ذلك باستنباط نظريات منطقية من تلك القوائم - جاز لنا أن نقول أنه لم يقم المنطق الأرسطى نسقا استنباطيا؛ نعم وضع أرسطو تعريفات وقضايا أولية وقواعد الاستدلال فى سياق عرض نظرياته لكنه لم يضعها صريحة منذ البدء قبل أداء البرهان على نظرياته. هذا لا يعنى أن ليس فى منطق أرسطو استنباط: لقد عرف بعض قواعد الاستنباط كما هو واضح فى قواعد التقابل والاستدلال المباشر والقياس التى أقرها، لكن يجب أن ندرك أن أرسطو حين وضع هذه القواعد كان مهتما فى نظرياته ببيان العلاقات المنطقية بين الحدود فى قضية أو فى قضايا، ولم يكن مهتما ببيان العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض؛ إن دراسة موضوع

رمزى استنباطى، لكن كانت محاولته محصورة بنظرية الأصناف، وكان فى ذلك تطوير لعمل ليبنتز؛ أضف إلى ذلك أن بول كان أكثر اهتماما فى نظريته المنطقية بتطبيق تصورات جبرية وتطويرها، من تحليل تصورات منطقية خالصة ويعتبر فريجة أول من أقام نظريات منطقية عديدة فى قالب رمزى بحث وفى صورة نسق استنباطى على نحو لم يسبقه إليه أحد، ولعل من الإنصاف إن نستدرك فنقول ان بيانو بذل جهدا فى إقامة نظريات المنطق الرمزى مستقلا عن فريجة أول الأمر، غير أن فريجة كان أسبق منه زمنا فى تسجيلها وأغزر منه إنتاجا وأعمق تحليلا ونلاحظ أن فريجة وضع مبادئ نظريات المنطق الرمزى الأربعة (حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف وحساب العلاقات) عام ١٨٢٩، وأنه لم يعرض نظرياته - الواحدة مستقلة عن الأخرى - على النحو الذى فعله أصحاب البرنكيا فيما بعد، وإنما عرضها جميعا وكأنها أجزاء من نظرية واحدة ونلاحظ أخيرا أن فريجة قد اهتم بإقامة مبادئ حساب القضايا وحساب الدالات، وأنه نظر إلى حساب الأصناف وحساب العلاقات على أنهما أوثق بأصول الرياضيات منهما إلى المنطق. ولكى نفهم إضافات فريجة فى النظريتين الأولى والثانية، يلزم فهم مصطلحه الرمزى أولا:

٥٨- المصطلح الرمزى:

أ- المصطلح الرمزى الذى أقامه فريجة عسير الفهم والمتابعة إذ كان يستخدم حروف الهجاء اليونانية، وخطوطا أفقية ورأسية برسوم معينة ولكل رسم معنى، بحيث تطول الخطوط وتقصر، ولكل دلالة، كما تتخلل تلك الخطوط أقواس لها

العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض هو ما يسمى فى المنطق الرمزى نظرية الاستنباط أو حساب القضايا، وهى نظرية لم يقطع أرسطو فيها شوطا يذكر.

دلالات معينة أخرى.^(٢) لقد قرأ بيانو ذلك المصطلح، ويبدو أنه اكتشف صعوبته، ولما كان قد لمس اشتراك فريجة معه في الاتجاه الرياضي والمنطقي، فقد ابتكر مصطلحه الرمزي الفذ، الأكثر سهولة ووضوحاً، وآية عظمة هذا المصطلح أنه إذا زود به قارئ فريجة، عدت نظريات بيانو أساساً لفهمها ونلاحظ أيضاً أن رسل حين عرف بيانو عام ١٩٠٠ وفريجة عام ١٩٠١ وقارن المصطلحين الرمزيين عندهما فضل مصطلح بيانو، واستخدمه أصحاب البرنكيا فيما بعد؛ وسوف نشرح مصطلح فريجة الرمزي برموز بيانو فيما يلي:

ب- يجد قارئ كتاب "التصورات" لفريجة ستة أنواع من الرموز نشير إليها فيما يلي:

١- رموز للقضايا، يدل كل رمز على القضية ككل دون تمييز بين حدودها؛ والرموز

هي p, q, r إلخ؛ سنعطى في العربية الرموز $ق, ل, م$ على التوالي.

٢- رمز إلى محتوى Content القضية، ورمز آخر إلى تقريرها assertion.

٣- رموز للدالات وهي F, G, H ؛ سنعطى في العربية الرموز $د, ذ, ر$ على التوالي.

رموز الحجج هي x, y, z ، وسنعطى في العربية الرموز $هـ, و, ي$ على التوالي. إذا

أردنا الرمز إلى دالة وحجتها كتبنا "د (هـ)" $F(x)$ ، ونقرأها: "هـ" له الخاصة "د"،

أو أن "د" نحمله على "هـ" وإذا ارتبطت حجتان بدالة واحدة كتبنا "د (هـ، و)"

$F(x)$ ، ونقرأها: هـ، والخاصة د، أو أن د نحمله على هـ، و.

٤- رمز السور الكلى أو ما كان يسميه فريجة رمز (العمومية) generality هو "هـ"،

ومن ثم فإن صيغة القضية الكلية الموجبة هي "د (هـ)" $F(x)$ ، ونقرأها

"بالنسبة إلى كل هـ" فإن "هـ" له الخاصة د" ولم يعط فريجة رمزا للسور

(٢) انظر: Translations, Begriff, pp. 1 – 20. انظر أيضاً:

Kneale, The Development of Logic, pp. 480 – 507.

الوجودى، لكنه عبر عنه بإضافة رمز السلب مرتين إلى رمز العمومية: أى أنه حين يكون لدينا قضية كلية موجبة، ونسلبها فإننا نعنى (يوجد شىء لا تصدق عليه الدالة المذكورة)، فإذا سلبنا هذه القضية الجزئية السالبة، فإننا نعنى (يوجد شىء تصدق عليه الدالة). لقد رمز بيانو إلى السور الوجودى بالرمز " $(\exists x)$ "، وسوف يحيله إلى العربية بالرمز "(ح هـ)"، ومن ثم فالصيغة "(ح هـ) (د هـ)" ($(\exists x) (F x)$) ونقرؤها: (يوجد شىء واحد على الأقل هـ مما تكون له الخاصة د).

٥- عرف فريجة القضايا المركبة ومن ثم عرف الثوابت المنطقية وعلى الأخص: السلب، الربط، الفصل، التضمن، المساواة equality، (أو ما سماه بيانو وأصحاب البرنكيا التكافؤ *equivalece*، ووضع فريجة لكل ثابت رمزا.

٦- ميز فريجة بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء الصنف فى آخر، ووضع لكل منهما رمزا^(٣).

٥٩- النسق الاستنباطى:

أ- يعتبر فريجة أول من وضع المنطق فى نسق استنباطى على نحو لم يتوفر للسابقين. نعم سبق الرواقيون إلى محاولة أولية لوضع منطق القضايا المركبة فى نسق منذ زمن بعيد، وسبقه بول إلى وضع نظرية الأصناف فى نسق، لكن كانت أصول هذا النسق جبرية رياضية لا منطقية خالصة، وحاول بيرس وشرويدر وضع نظرية

^(٣) انظر: translations, A Critical El eidation of some Points In E.

Schroeder's Vorlesungen uber Dir Algebra Der Logik. P. 94 نشر هذا

البحث عام ١٨٩٥ ويوحى النص هنا بأن فريجة وصل إلى التميز المشار إليه مستقلا عن بيانو، ومن ثم يعبر عن التميز بمصطلحه المعقد، ثم يردفه بالمصطلح المقابل له عند بيانو، الذى قد يكون رآه أبسط من مصطلحه. وقد يكون فريجة أخذ التميز عن بيانو ووضعه فى مصطلحه الرمزى الخاص به مضيفا إليه المصطلح البيانوى المقابل.

العلاقات فى نسق استنباطى على نموذج جبر الأصناف. لكن فريجة كان أول من وضع أصول نظرية حساب القضايا بكل عناصرها المتكاملة، ورأى أنها نظرية أساسية يمكن أن تقوم عليها نظرية الأصناف ونظرية العلاقات ونظرية دالات القضايا، ووضع مبادئ النظرية الأخيرة بكل عناصرها المتكاملة أيضا وأضف إلى ذلك أن فريجة هو أول من وضع تلك النظريات جميعا فى نسق منطقي استنباطى يقوم على تصورات منطقية بحتة متخلصة من أى رموز غير منطقية بحيث يبدأ المنطق عند فريجة كنسق استنباطى من أفكار أولية، فتعريفات، فمصادرات أو مبادئ، تستنبط منها نظريات، مستعينا بقواعد الاستدلال.

ب- الأفكار الأولية: يقدم فريجة فكرتين أوليتين نقيضيهما بلا تعريف، نستخدمهما فى تعريف أفكار أخرى ضرورية للنسق، فإذا أردنا البدء فى إقامة نسق منطقي استنباطى بقائمة من تعريفات، لابد أن نقدم أولا أفكارا لا معرفة، وإلا يكون التعريف مسحيلا، وتلك نقطة قديمة قدم أرسطو ولم ينظر فريجة إلى أفكاره الأولية على أنها فطرية أو قبلية وإنما نظر إليها فقط على أنها أكثر وضوحا وبساطة من غيرها، ومن ثم لها السبق المنطقي على غيرها من الأفكار؛ فكرتاه الأوليتان هما السلب negation والتضمن implication⁽⁴⁾، وبالرغم من أنهما لا معرفتان - فى نسقه - فإنه يشرحهما. "القضية "أ" سالبة" تعنى أن "من الكذب أن نقول "A is not case⁽⁵⁾ ويشرح فريجة فكرة التضمن بأن يضع الاحتمالات الأربعة لصدق أو كذب المقدم والتالى فى القضية الشرطية المتصلة ويضعها فى الصيغة التالية:

(4) انظر: Kneale, op. Cit., p. 526؛ أيضا:

A. N. Prior, Formal Logic, P.13.

(5) Translations, Begriff, p. 7.

("أ" موجبة، ب موجبة. "أ" موجبة، "ب" سالبة؛

"أ" سالبة، "ب" موجبة. "أ" سالبة، "ب" سالبة).

ويشرح هذه الصيغة بقوله إن القضية الشرطية المتصلة تصدق إذا صدق المقدم والتالي، أو كذب المقدم وصدق التالي، أو كذب المقدم والتالي لكنها تكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي ونقرر علاقة التضمن بين قضيتين إذا صدقت القضية الشرطية في الحالات السابق ذكرها، وننكر تلك العلاقة في الحالة الثانية، ومن ثم فالاحتمال الثاني مرفوض، والاحتمالات الثلاثة الباقية مقبولة^(١).

ح- التعريفات: يقدم فريجة تعريفا لثوابت الفصل disjunction (وتدل عليها كلمة "أو"، أو كلمات "إما.....أو") والربط conjunction (وتدل عليها واو العطف)، والمساواة؛ كما عرفناها من قبل - عند الرواقيين ووجيفونز وبيرس - إن وظيفة الثوابت أن تربط بين قضيتين، لينشأ عنهما قضية واحدة مركبة compound proposition، والهدف من دراسة هذه القضايا وضع القواعد التي نستطيع بواسطتها أن نحكم عليها بالصدق أو الكذب، وتعريف تلك الثوابت هو ذاته إقرار بتلك القواعد ونوضح ذلك فيما يلي: عرف فريجة أن الفصل معنيين: إن القضية التي تحوى الكلمة الدالة على الفصل تصدق إذا صدق أحد عنصريها لكن لا تصدق إذا صدق كلا العنصرين معا، وإن هذه القضية تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو كلاهما معا، لكن فريجة أخذ الفصل بالتعريف الثانى - متفقا مع جيفونز ومخالفا لبول^(٢). ورأى فريجة أيضا أن القضية المركبة التي تحوى إدارة الربط تصدق إذا صدق

(١) Ibid., pp. 5-7، سبق لفيلو الميغارى أن وضع هذا التعريف للتضمن انظر الفقرة ١٣.

(٢) قارن الفقرات ٢٨ و ٣٥.

عنصرها معا وتذبذب إذا كذب أحد عنصريها على الأقل، وعرف فكرتي الوصل والربط عن طريق فكرتي السلب والتضمن⁽⁸⁾ ورأى ثالثا أن القضية المركبة التي تنطوي على مساواة أو تكافؤ بين عنصريها أنها ما يمكن تبادل مواضع العنصرين دائما دون إخلال بالصدق⁽⁹⁾. ووضع فريجة رمزا معيناً لكل من الثوابت السابقة، اللا معرفة والمعرفة، وكان هذا البحث في القضايا المركبة بداية عمله لإقامة مبادئ نظرية حساب القضايا.

د- المبادئ: لم يضع فريجة مجموعة واحدة من المبادئ، وإنما مجموعات عدة، في سياقات مختلفة، تقتصر هنا على ذكر إحداها، وسوف نستخدم المصطلح الردى لبياننا في التعبير عن مجموعة مبادئ فريجة، وتتألف هذه المجموعة من سبع مبادئ:

$$(1) \quad (L \supset Q) \supset (Q \supset L), \text{ ونقرؤها: } P \supset (Q \supset P)$$

القضية Q تتضمن القضية المركبة $(L \text{ تتضمن } Q)$ ، أو: إذا كانت Q صادقة لزم أنه إذا صدقت L تصدق Q .

$$(2) \quad (Q \supset (L \supset M)) \supset [(Q \supset L) \supset (Q \supset M)]$$

$$[P \supset (Q \supset R)] \supset [(P \supset Q) \supset (P \supset R)]$$

$$(3) \quad (Q \supset (L \supset M)) \supset [(Q \supset L) \supset (Q \supset M)]$$

$$[P \supset (Q \supset R)] \supset [Q \supset (P \supset R)]$$

$$(4) \quad (Q \supset L) \supset (L \supset Q)$$

$$(p \supset q) \supset (-q \supset -p)$$

⁽⁸⁾ Translations, Begriff, p. 10.

⁽⁹⁾ Ibid., pp. 10-12.

(٥) - - ق \supset ق :

- - p \supset p

(٦) ق \supset - - :

p \supset - - p

(٧) (هـ) د (هـ) د \supset د (و) :

(١٠) (X) F (x) \supset F (y)

ويستخدم فريجة تلك المبادئ كمقدمات أولى للبرهان على نظريات منطقية، أو لاشتقاق قضايا جديدة منها؛ ولكي يتم استنباط نظريات أو قضايا جديدة من تلك المقدمات الأولية، يلزم الاستعانة بقاعدتين للاستدلال هما قاعدة التعويض rule of substiution وقاعدة (إثبات التالي) rule of detachment أو ما سماها التقليديون modus ponens. ولقد جذب نسق فريجة المنطقي عددا من المعجبين مثل لوكاشيفتش الذي رأى في عام ١٩٢٠ أن القائمة السابقة للمبادئ يمكن ردها إلى ثلاثة، فيكون النسق أكثر بساطة وأناقة^(١٠)، لكن كان قد ظهر نسق أصحاب البرنكيا الذي جذب إليه عددا أكبر من المعجبين.

(١٠) انظر: Kneale, op. Cit., pp. 524. ff.

(١١) تجد تفصيل تطور نسق فريجة في الكتاب السابق ص ٥٢٥-٦.

الفصل الثاني عشر

منطق فريجة (٣)

نظرية المعنى والإشارة

٦٠- اسم العلم:

أ- لفريجة نظرية منطقية يتخذها أساسا لموقفه اللوجستيقي في رد التصورات الأساسية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية بحتة؛ وسوف نهتم هنا بالعناصر الأساسية لتلك النظرية، متجاهلين تطبيقاتها الرياضية حيث تخرج عن موضوع هذا الكتاب ونحن نعني (نظرية المعنى والإشارة) sense and reference^(١). وهي نظرية لا ترتبط بالمنطق كنسق رمزي استنباطي وإنما تكشف عن مواقف جديدة في النظر إلى الأسماء والجمل الاسمية والوصفية والقضايا. نقتصر هنا على

(١) يبدو أنه لا اعتراض على ترجمتنا الكلمة الألمانية sinn بكلمة (معنى)، حيث تتسق ومعنى الكلمة بالألمانية، كما أن الدارسين لفريجة من الإنجليز يترجمون هذه الكلمة الألمانية بكلمة (sense). لكن ترجمتنا لكلمة bedeutung بكلمة (إشارة) محتاجة لإيضاح، إن كلمة (معنى) هي الترجمة الحرفية لهذه الكلمة الألمانية الأخيرة، كما يترجمها الإنجليز بكلمة meaning، ذلك لأنها مشتقة من الفعل bedeuten ومعناه (يعني) To mean، ومن ثم فالكلمتان sinn و bedeutung مترادفان في الألمانية. وما دام فريجة يقابل بينهما فإنه يستخدم الكلمة التالية بمعنى خاص، ويبدو أنه أعطى هذه الكلمة معنى مشتقا من معنى الفعل deuten ويعني (يشير إلى) point to. انظر:

Translations, pp. ix-x.

Kneale, The Development of Logic, p. 495.

انظر:

موقفين من هذه النظرية: التمييز بين معنى الاسم وإشارته، وبين معنى القضية وإشارتها.

ب- يستخدم فريجة اسم العلم بمعان أربعة على الأقل: (١) اسم العلم المؤلف، وهو ما يشير إلى شخص معين أو مكان معلوم... إلخ، ويطلق على هذه المسميات (أشياء) أو (موضوعات) object، وهي موضوع إدراك حسي في الواقع. (٢) اسم العلم الخرافي ويشير إلى شيء غير واقعي ولا سبيل لنا إلى إدراكه إدراكا حسيا مثل (رع)، (أوزيريس)، (زيوس)، (أوديسيوس)..... إلخ. (٣) جمل اسمية أو وصفية تشير إلى شيء واحد محدد، ويسمى فريجة (أسماء أعلام مركبة) compound proper names^(٢) - وهي ما سوف يسميها رسل من بعد (الأوصاف المحددة). (٤) أسماء تشير إلى أشياء يدافع فريجة عن وجودها الواقعي الموضوعي رغم أنها ليست موجودات حسية مثل الأعداد وقيم الصدق والأمكنة والفترات الزمنية ونوضح في هذه الفقرة موقف فريجة من التمييز بين معنى اسم العلم المؤلف والخرافي وإشارتهما.

ج- رأى فريجة أن لاسم العلم المؤلف معنى وإشارة. لا صعوبة في القول بأن لاسم العلم المؤلف إشارة، إذ وضح فريجة من قبل أن الوظيفة الأساسية لاسم العلم أن يسمى شيئا محددًا، يشير الاسم (أرسطو) إلى الفيلسوف الإغريقي الذي سمى بذلك الاسم، يشير الاسم (القاهرة) إلى عاصمة مصر، وهكذا لكن فريجة أراد أم يميز إشارة اسم العلم المؤلف من معناه: (تلميذ أفلاطون)، (معلم الإسكندر) عبارتان تشيران إلى شخص واحد وهو أرسطو - لكن معناه مختلف، نفهم من العبارة الأولى ذلك الشخص الذي كان طالبا لامعا في أكاديمية أفلاطون وشهد له

(2) Translations, Sense and Reference, p. 70.

أستاذه بسعة الاطلاع ورجاحة العقل ووجاهة انتقاداته ... إلخ، ونفهم من العبارة الثانية ذلك الذى اختاره فيليب المقدونى مرييا لابنه والذى لقن الابن دروسا فى علمى الأخلاق والسياسة، وهما عبارتان مختلفتان فى المعنى. ومن ثم فالقضيتان (أرسطو ولد فى ستاجيرا) و (معلم الإسكندر ولد فى ستاجيرا) مختلفتان فى المعنى، رغم هوية الإشارة⁽³⁾. يمكن توضيح تمييز فريجة بأمثلة أخرى: التعبيران $2+2$ و 2^2 يشيران إلى عدد واحد وهو العدد ٤، لكن معناهما مختلف، لأن الأول ينطوى على فكرة التربيع بينما ينطوى الثانى على فكرة الإضافة. وهما فكرتان مختلفتان، التعبيران 2^4 و 4^2 يشيران إلى عدد واحد، لكن بينما يدل الأول على العدد ٢ وأسه الرابع، يدل الثانى على العدد ٤ مربعة، والدالتان متميزتان. لاحظ فريجه أن القضية تحوى (أرسطو) تكافىء القضية التى تحوى (معلم الإسكندر) مثلا، أو أى عبارة لها نفس الإشارة - هما متكافئتان لأن لهما نفس الإشارة، ويمكن أن نتجاهل اختلافهما فى المعنى: وبالرغم من ذلك رأى فريجة أنه ينبغى ألا نستخدم هذا التكافؤ فى (لغة كاملة) أى فى لغة منطقية بها إحكام⁽⁴⁾. لقد قدم فريجة هذا التحذير دون توضيح لكننا سوف نعرف فيما بعد أن رسل قدم اختلافا منطقيا أساسيا بين اسم العلم والعبارة التى تصف مسمى هذا الاسم فى نظريته الوصفية.

د- ننتقل الآن إلى موقف فريجة من اسم العلم الخرافى ومعناه وإشارته. لقد رأى أنه ليس لهذا الاسم إشارة لكنه لا يزال له معنى، ليست له إشارة لأنه لا يشير إلى شىء واقعى محسوس، لكن له معنى إذا دخل فى قضية. خذ القضية: (أوديسيوس قذف به إلى شاطئء إتاكا وهو نائم) Odysseus was set ashore at

(3) Ibid., pp. 57-62.

(4) Ibid. p. 58n.

Ithaca. While sound asleep (أوديسيوس) وحدها لا تشير، لكن لها معنى - هو ذلك البطل الذى قام بالبطولات الحربية فى الأساطير الإغريقية^(٥). وبالرغم من أن لاسم العلم الخرافى معنى إذا دخل فى قضية لكن ينبغى ألا نستخدمه فى لغة منطقية، وفى ذلك يقول فريجة فى سياق آخر: (..... ليس لأسماء الأعلام التى لا تشير إلى أشياء مبرر منطقي ما دما نهتم فى المنطق بالصدق بأدق معانيه ولكن يمكن استخدام هذه الأسماء فقط فى القصص والأساطير^(٦)).

٦١- القضية:

رأى فريجة وهو يميز بين المعنى والإشارة فى القضايا أن لكل قضية معنى، لكن بعض القضايا تشير إلى أشياء، بينما بعضها الآخر لا يشير^(٧) ونبدأ بعرض موقف فريجة من معنى القضية لقد سبق له أن ميز فى القضية بين عنصرين: المحتوى content، والتقرير assertion وهو تقرير صدقه أو كذبه. معنى القضية مرتبط عند فريجة بالمحتوى لا بالتقرير، والمقصود بالمعنى هنا شيء موضوعى لا ذاتى، وشيء نكتشفه ولا نخلقه، ومن ثم يعقد مقارنة بين معنى القضية والأفكار الذاتية التى ينقلها المحتوى إلى قارئ أو سامع، كما يعقد مقارنة أخرى بين معنى القضية والشىء المادى موضوع الإدراك الحسى. إن معنى القضية ليس فكرة idea فليست الفكرة سوى انطباع حسى وما يصاحبه من ذكريات وتخيلات وصور حسية وما يختلط به من وجدان ورغبات وميول، مما تؤلف مدركا حسيا عن العالم الخارجى، وتتصف الفكرة

^(٥) Ibid. p. 62.

^(٦) Translations, A Critical Elucidation of Some points in Schroeder's Vorlesungen Über Die Algebra Der Logik, p. 104.

^(٧) يستبعد فريجة بلا شك القضية الوجودية التى موضوعها اسم علم من قائمة القضايا التى لها

على هذا النحو بالذاتية. قد يقول قائل إنه بالرغم من ذاتية الفكرة فقد يكون ببعض الأفكار المختلفة عنصر مشترك يؤلف المعنى الثابت لها، لكن فريجة يعترض قائلا إن من المستحيل أن تقارن فكرتك عن شيء ما بفكرة شخص آخر عن نفس الشيء: لكي تقارنهما يلزم أن يرتبطا في وعى واحد أو عقل واحد حيث لا أحد لديه فكرتى كما أنى لا أملك إدراك فكرتك قبل أن تنقلها أنت إلى، أنت لا تحس آلامى كما أنى لا أحس الألم الذى تعانيه، ولذلك فليس المعنى فكرة ذاتية، وإنما هو ذلك الشيء الموضوعى الذى يكون عاما مشتركا بين كل الناس وما يمكن نقله من لغة لأخرى وبأساليب مختلفة^(٨).

ب- يعقد فريجه مقارنة أخرى بين معنى القضية والشيء المادى إنهما يتشابهان فى أنهما ليسا من خلق إنسان وإنما كلاهما موضوع اكتشاف: إن محتوى قضية تاريخية أو جغرافية مستقل عن وجود المؤرخ أو الجغرافى وسابق على معرفتهما لها. يختلف المعنى عن الشيء المادى فى أنه لا يمكننا إدراك الأول إدراكا حسيا، بينما يمكننا إدراك الثانى حسا، يقصد فريجة أن للمعنى واقعا موضوعيا مستقلا عنا، وإن لم يكن واقعا حسيا، إن المعانى تؤلف عالما ثالثا غير عالم الأفكار الذاتية وعالم الأشياء المادية تؤلف المعانى عالما ثالثا يحوى الأعداد وقيمة الصديق وموضوعات أخرى^(٩) وذلك ينقلنا إلى إشارة القضية.

(8) Translations, Sense and Reference, pp. 59- 62 n.

(٩) انظر: G. Frage, The Thought: A Logical Inquiry, trans. Into English by A. M. and Marcelle Quinton, first appeared in Mind, Vol. 65, 1956; reprinted in Philosophical Logic, ed. By strawson, Oxford, 1967. pp. 19-29.

جـ- القضية التي تشير، تشير إلى شيء، وما تشير إليه إنما هو قيمة صدق^(١٠).
وتتعلق قيمة الصدق بالقضايا؛ أي حين نحكم على قضية ما بالصدق نقول إن قيمة
صدقها الصدق، وحين نحكم عليها بالكذب نقول إن قيمة صدقها الكذب وإن مجرد
المعنى في القضية لا يعطينا علما، لكن المعنى مع الإشارة يعطيه^(١١) فما المقصود
بالقول إن القضية تشير إلى قيمة صدق؟ لقد ربط فريجة القضية بقيمة الصدق من
ناحيتين: الأولى أن القضية دالة مكتملة وأن قيمة الدالة قيمة صدق؛ الثانية أن
للقضية عنصرين: محتوى وتقريره، وأن المحتوى هو ما يحتمل الصدق والكذب
ومن ثم حين نقول إن القضية تشير إلى قيمة صدق ونعني أن محتواها ينبغي أن
يكون صادقا أو كاذبا وتتألف قيمة صدق القضية من قيمة صدق كل جزء من
أجزائها، أو أن إشارة القضية تتألف من إشارة كل حد من حدودها، (والحدود
إشارات أو قيم صدق إن أشارت إلى أشياء واقعية ولم يفهم فريجة من قيمة الصدق
المعنى السابق فقط، وإنما أصر أيضا على أن (الصدق) و (الكذب) شيان موضوعيان
مستقلان عن عالم الإنسان والأشياء المادية، ويقومان في العالم الثالث - عالم
المعاني. ومن ثم تنبثق فكرة جديدة لفريجة هي أنه ما دامت القضية - صادقة أو
كاذبة - تشير إلى شيء واقعي، يجب أن ننظر إليها على أنها اسم علم^(١٢). أما القضايا
التي ليست صادقة ولا كاذبة - وهي ما يحوى اسم العلم الخرافي والقضية الوجودية
التي موضوعها اسم علم - فيجب العزوف عن استخدامها في لغة منطقية كاملة.

(10) Translations, Sense and Reference, pp. 63.

(11) Ibid., p. 65.

(12) Ibid., p. 63.

٦٢- اسم العلم المركب

أ- وصل فريجة إلى أن ما سبق له قوله عن معنى القضية وإشارتها لا يصدق على كل القضايا، فهناك قضايا مركبة ليس لعناصرها معان ولا تشير إلى قيمة صدق: ونعني بالقضية المركبة القضية التي تحوى ما يسميه فريجة (اسم علم مركب) compound proper name ومن الصور اللفظية التي تتخذها أسماء الأعلام المركبة العبارات الاسمية noun clauses والعبارات الوصفية adjectival clauses^(١٣) خذ هذا المثال الذى ضربه فريجه (من اكتشاف المدار البيضاوى للكواكب مات تعسا". تتركب هذه القضية من جملتين: جملة رئيسية main clause وجملة تابعة subordinate clause، والجملة التابعة هنا "من اكتشاف المدار البيضاوى للكواكب" وهى جملة اسمية ارتبطت بالجملة الرئيسية ورأى فريجة أن هذه الجملة التابعة إذا أخذت بمفردها فإن معناها ناقص، ذلك لأن (من) whoever لا معنى لها فى ذاتها، لكن وظيفتها هى وظيفة ربط مقدم القضية المركبة بتاليها، ولو كان لهذه الجملة التابعة معنى تام لأمكننا أن نعبر عن معناها بجملة مستقلة أخرى، ولكن الأمر ليس كذلك؛ فيصبح لهذه الجملة معنى إذا ارتبطت بالجملة الرئيسية. ومن جهة أخرى، إذا ارتبطت الجملة التابعة بالجملة الرئيسية أصبحت تشير إلى شىء - لا تشير إلى قيمة صدق وإنما الإشارة المألوفة كما لو كانت اسم علم - أى أنها تشير إلى كبلر.

ب- ينظر فريجة إلى الجمل الاسمية من النوع السابق على أنها أسماء أعلام مركبة وأنها مكافئة لأسماء الأعلام المألوفة، وذلك يتضمن أن استخدامنا لها

⁽¹³⁾ Ibid., p. 70.

يفترض ابتداء وجود شيء محدد جزئى تشير إليه، وإلا لا يكون للقضية التى يرد فيها ذلك الاسم المركب معنى. حين نذكر قضية بها اسم علم مركب لكنه لا يشير إلى شيء فى الواقع فإن هذه القضية ليست صادقة ولا كاذبة وإنما لا معنى لها. لعل فريجة أراد هنا أن تنتبه إلى عبارات لغوية تبدو فى ظاهرها كما لو كانت تشير إلى واقع محسوس، مع أنها ليست كذلك، وكان فى ذهنه عبارات مثل (إرادة شعب) و (الدولة كائن عضوى) ونحو ذلك - هذه وتلك تشيران إلى شيء محدد، وبخاصة فى سياق علمى دقيق ويمكنك استخدامها - واستخدام أسماء الأعلام الخرافية - فى القصص لا فى نسق صورى محكم^(١٤).

٦٣ - ملاحظات:

نقدم على نظرية فريجة فى التمييز بين المعنى والإشارة الملاحظات الآتية:

(أ) أصاب فريجة فى ثورته على موقف جون مل وأتباعه الذين نادوا بأن كل معنى اسم العلم هو مسماه أو ما يشير إليه، حينما ميز فريجة بين إشارة الاسم ومعناه، لكن يبدو أن فريجة خلط بين معنى الاسم، وما يثيره فى ذهن السامع أو القارئ، من حيث أن المعنى الذى أعطاه فريجة للاسم يختلف باختلاف السياق؛ ولعل فتجنشتين كان أول من عبر عن ثبات معنى اسم العلم حين قال: "...لاسم العلم معنى حتى بعد موت صاحبه، وإلا لما أستطيع أن أقول أن فلانا قد مات، ويكون لعبارتى معنى لدى سامعها"^(١٥).

^(١٤) Ibid., pp. 66, 68-70 انظر أيضا:

Anscombe and Geach, *Three Philosophers*, p. 137.
^(١٥) L. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, translated into English by G. E. M. Anscombe, Oxford, 1958, p. I, S. 41.

(ب) خلط فريجة أيضا بين إشارة (اسم العلم المركب) ومعناه، إذ رأى أنه يمكن النظر إلى العبارة الاسمية والوصفية التي تشير إلى شيء محدد كما لو كانت اسم علم وأنه يجب أن يكون له مسمى في الواقع. والأصدق أن نقول عن تلك العبارات الاسمية والوصفية أنها تدل على معنى اسم العلم أكثر ما تدل على إشارته، وقد أحس فريجة نفسه أنه يجب ألا نأخذ اسم العلم المركب على أنه مكافئ لاسم العلم المؤلف في لغة منطقية وسوف يقر رسل هذه النظرية لفريجة ليصححها ويحل كثيرا من المشكلات المتضمنة فيها، ومن ثم سوف يميز تمييزا منطقيا حاسما بين اسم العلم المؤلف واسم العلم المركب أو ما يسميه الوصف المحدد^(١٦).

ح- لم يوافق كثير من الفلاسفة المعاصرين على موقف فريجة من اعتبار القضية اسم علم، من حيث أنها تشير إلى شيء وأن هذا الشيء هو قيمة صدقها وأن هذه القضية قائمة في عالم المعاني المستقل. إن القضية لا تشير إلى شيء وإنما تدل على معنى وتقرره، ولو كانت القضايا تشير إلى قيمة صدق لما كان هنالك اختلاف بين كل القضايا الصادقة، وذلك غير مقبول، ومن ثم فالقضايا تختلف لا بالقياس إلى قيمة صدقها وإنما بالقياس إلى معانيها ونحن نعترف أن هذا النقد لا يطيح بنقطة فريجة في اعتبار القضية اسم علم، وإنما ما يهدد نقطته أن نبعث الشك في عالم المعاني المستقل الذي نادى به، وذلك جهد سوف يقوم به رسل في نظريته الوصفية، كما سنرى^(١٧).

(١٦) انظر الفصل السادس عشر.

(١٧) قارن: B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, Appendix A., p. 504.

٦٤ - خاتمة:

أ- يعتبر منطق فريجة نقطة تحول حاسمة من منطق صوري قديم إلى منطق صوري حديث، إذ درس فريجة المنطق التقليدي دراسة عميقة، ووضع يده على النقط المنطقية التقليدية التي يجب الاستمرار في الأخذ بها، كما وضع يده على الأخطاء المنطقية التي يجب تصحيحها، نعم لم يتح ذلك الموقف لكثير من سابقه من المناطق مثل بول وبيانو، وإن أتيح لغيره من السابقين مثل جيفونز وشرويدر فإنه قدم نظرات ومواقف منطقية أكثر منهم عمقا وأصاله وجاذبية.

ب- اتفق مع التقليديين في نقطة منطقية أساسية هي أن اسم العلم هو الموضوع الحقيقي للحمل في القضية، وأنه موضوع دائما ولن يكون محمولا. لكن لما نظر فريجة في هذه النقطة بعين فاحصة، قدم كثيرا من التمييزات المنطقية: التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول، وكان من قبل مختلطا؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصية - التي موضوعها اسم علم - والقضية الكلية التي موضوعها حد عام أو (تصور)، وأن الأولى فقط هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصية (أو الحملية) وقضية الهوية وأعطى تحليلا لهذه الصورة الأخيرة من القضايا مما لم يتوفر للمناطق من قبل، ورد القضية الكلية إلى الشرطية المتصلة؛ لكن نلاحظ أن لبيرس فضل السبق في هذا الرد، وإن كان فريجة قد وصل إليه مستقلا، وقد عرف بيانو هذه النقطة أيضا مستقلا عنهما. ومن ثم عرف فريجة صورا منطقية من القضية غير الحملية وهي القضية الكلية وقضية الهوية.

ج- حين عثر فريجة على الصور المنطقية لقضايا التي لا يمكن ردها إلى حمليات، لم يقصد أن يسد فجوة المنطق التقليدي الذي أصر على أن كل القضايا

التي ليست عملية يمكن ردها إلى عمليات، وإنما قصد الثورة على التمييز بين الموضوع والمحمول، وإمكان الاستغناء عنه تماما، وذلك بتطبيق الدالة الرياضية في المنطق ومن ثم قدم كتابة جديدة للقضايا - عملية وغير عملية - وهي لغة الدالة والحجة، وحين نستعين عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة والحجة فقد بطل التمييز بين الموضوع والمحمول.

د- درس فريجة القضايا المركبة والثوابت دراسة أعمق مما وصل إليه الرواقيون وبيرس وبيانو فاكشف أفكارا جديدة مثل قيمة الصدق وقواعد استنباط قضايا من أخرى، ومن ثم وضع أسس نظرية حساب القضايا التي اتخذها أصحاب البرنكيا نواة لتطوير النظرية كما نراها اليوم.

هـ- يعتبر فريجة أول من صاغ القضايا الوجودية صياغة صحيحة ووضح معناها وهي صورة من القضية متميزة من الصور السابق ذكرها، ساقه ذلك إلى دراسة عميقة للسور الكلى والسور الجزئى وتحديد معناهما الدقيق، ومن ثم تعتبر هذه النقط - بالإضافة إلى صياغة القضية بلغة الدالة والحجة - مبادئ نظرية حساب دالات القضايا، وفريجة هو مؤسسها.

و- لم يكتف فريجة بصياغة مبادئ هاتين النظريتين وإنما طور نظريتي الأصناف والعلاقات وخلصهما من الأخطاء التي وقع فيها أصحاب جبر المنطق، كما خلصهما من اللغة الجبرية التي استبدت بهما. ولا ينسى المنطقة فضل فريجة في صياغته لهذه النظريات جميعا في مصطلح رمزى دقيق وفى نسق استنباطى محكم، بادئا بوضع قائمة الالامعرفات والتعريفات المنطقية والمصادر والتطبيقات المنطقية المستنبطة منها، مما كانت معينا هاما لأصحاب البرنكيا لكى يطوراه فيما بعد.

ز- كان فريجة أحد رواد الاتجاه اللوجستيقي في الرياضيات، كما شارك مشاركة فعالة في تعريف الأعداد، واتخذ موقفا أفلاطونيا في طبيعة العدد وطبيعة الصدق والكذب حيث رأى أنها كائنات واقعية لها موضوعيتها المستقلة عن عالم الإنسان وأفكاره وعن عالم التجربة وأشائها. لقد وضع فريجة دعما منطقيا لتلك الواقعة فعاود البحث في أسماء الأعلام - وهي تلك الصور اللفظية التي تشير إلى موجودات. وانبثق ذلك الدعم المنطقي عن نظرية أصيلة في المعنى تميز معنى الاسم وإشارته، ثم رأى أن العبارة التي تصف اسما ما مكافئة من الناحية المنطقية لذلك الاسم ورأى فريجة أيضا أن القضية تشير وتشير إلى قيمة صدق، وأن هذه القيمة قائمة في عالم ثالث هو عالم المعاني (غير عالمي الإنسان والأشياء المادية). ولقد كانت هذه النظرية مثيرة لبحث المعاصرين فقد أخذ بها قوم، منهم مينونج الذي دعمها دعما جديدا بينما عارضها آخرون ومنهم رسل الذي طور انتقاداته عليها فيما أسماه (النظرية الوصفية).

الباب الرابع

ظهر المنطق الرمزي

الفصل الثالث عشر

منطق رسل ووايتهد (١)

القضايا وأنواعها

٦٥ - مقدمة :

أ- يمثل كتاب برنكيا ما تيماتيكا *principia Mathematica*^(١) - الذى ألفه برتراند رسل B. Russell (١٨٧٢ - ١٩٧٠) وألفرد وايتهد A. whithead (١٨٦١ - ١٩٤٧) الحلقة التالية لعمل (فريجة - بيانو) فى تطور المنطق الرمزى ولهذا الكتاب موضوعان رئيسيان: تطوير الاتجاه اللوجستيقى، وتطوير المنطق الرمزى أكثر مما ذهب إليه فريجة وبيانو وسنربط هذه الحلقة الرابعة برسل أكثر مما نربطها بوايتهد لسببين: (١) كتب رسل الجانب المنطقى من الكتاب، بينما كتب وايتهد جانبه الرياضى، ونحن نهتم هنا بالجانب الأول دون الثانى؛ (٢) خصص رسل للمنطق الرمزى كتباً أكثر عدداً مما فعل وايتهد، إذا ظل رسل يكتب فى المنطق من عام ١٩٠٣ حتى عام ١٩٥٩ ولم يكن لوايتهد كتب منطقية بحثة غير برنكيا، وفقرات عارضة فى كتبه الأخرى الفلسفية أو العلمية إذن فإن مرجعنا عن هذه الحلقة من

(١) يقع الكتاب فى ثلاثة أجزاء صدرت طبعته الأولى فى الأعوام ١٩١٠ - ١٩١٣؛ وطبعته الثانية عام ١٩٢٧، ولما نشرت بين الطبعتين كتب ومقالات تناوله بالتعديل أو الهجوم، جاءت الطبعة الثانية للكتاب تحوى مقدمة جديدة نشرت إلى جانب مقدمة الطبعة الأولى، دون فيها أصحاب البرنكيا رجوعاً عن بعض المواقف وتعديل بعضها الآخر وتوصيح بعض ما كان قبل غامضاً. ولقد نشر الجزء الأول - وهو الخاص بالمنطق - فى طبعة حديثة، نشرته (دار كامبردج للنشر) Cambrige University Press عام ١٩٦٢، وهى الطبعة التى نستعين بها.

التطور كتب رسل ومقالاته المنطقية كلها بالإضافة إلى برنكيبيا، لكن حين نشير إلى أية نظرية منطقية في هذا الكتاب فسوف نسندھا إلى (أصحاب البرنكيبيا) لا إلى رسل وحده، ذلك لأن رسل كان يراجع كل ما كتبه وابتهد عن الجانب الرياضی، كما كان وابتهد يراجع كل ما كتبه رسل عن الجانب المنطقی، بحيث خرج الكتاب كله باتفاق تام وتعاون كامل. ولكی نفهم نظريات رسل المنطقية وتطورھا، تحسن الإشارة إلى مدى تأثيره بالمناطقة والرياضيين السابقين عليه والمعاصرين له.

ب- نشر رسل مبادئ الرياضيات principles of Mathematics^(٢) وهو أول كتبه الهامة في فلسفة الرياضيات والمنطق الرمزي - عام ١٩٠٣، لكنه كان قد انتهى من تأليفه يوم ٣١ ديسمبر ١٩٠٠ وكان رسل قد أحاط قبل ذلك بمنطق لينتزر وبول وبيرس وشرويدر وكان تور وبراډلي كما كان قد قرأ كتاب الجبر الكلي universal Algebra (١٨٩٨) لوائتهد. لقد سافر رسل إلى باريس لحضور المؤتمر الدولي للفلسفة international congress of Philosophy في يوليو ١٩٠٠ هو ووائتهد، وكانت فلسفة الرياضيات موضوع المؤتمر والتقى رسل هنالك ببيانو لأول مرة كما رأى كوتيرا وشرويدر وآخرين، وقد أعجب رسل ببيانو وتلاميذه في روعة مناقشتهم للموضوعات الرياضية والمنطقية وبراعة توجيههم للمؤتمر، فطلب من بيانو نسخة من كتبه، فأعطاه ثم عاد رسل إلى لندن وعكف على تلك الكتب، فأخذ بأصالة مؤلفها واستفاد من مواقفه في فلسفة الرياضيات ونظرياته المنطقية ومصطلحه الرمزي، ومن ثم استعان رسل بما أفاده منه في كتابه مبادئ الرياضيات - قدر

(٢) ترجمنا عنوان هذا الكتاب بالعربية، ولكننا آثرنا تعريب عنوان الكتاب الثاني (برنكيبيا) تمييزاً له عن الكتاب الأول إذ سوف تصبح الترجمة العربية لكليهما واحدة، وفي ذلك نتبع طريقة الأستاذ الدكتور زكي نجيب محمود.

إمكانه - إذ كان قد أشرف تأليف هذا الكتاب على النهاية، ولم ينس رسل أن يضيف في كتابه فقرة طويلة يلخص فيها منطق بيانو ويوضح مواطن اختلافه معه. ولقد لاحظ رسل أن بيانو عني بنظريات وحساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف، لكنه لم يعط عناية كافية لمنطق العلاقات، فكتب رسل مقالا بالفرنسية عنوانه "منطق العلاقات مع بعض تطبيقات على نظرية المجاميع" *The Logic of Relations, with some Applications to the Theory of Series* نشره عام ١٩٠١ في مجلة بيانو *Rivista di Matematica*^(٣) وأعجب وايتهد بالمنهج الذي اتبعه رسل في المقال، فكانت بداية تفكير أستاذه وايتهد لينضم إليه تلميذه لتأليف كتاب برنكيبيا، وكانت نقطة بداية عملهما المشترك تعريف (المجموعة العددية) *series*، والأعداد الأصلية *cardinal numbers* والأعداد العادة *ordinal* N. تعريفا منطقيا بحثا.

ح- سمع رسل عن فريجة لأول مرة عام ١٩٠١، وقال أن بيانو هو الذي أرشده إليه، فسارع إلى قراءة أعماله، وأحس رسل أن فريجة قد سبقه إلى تعريفه المنطقي للأعداد الأصلية بست عشرة سنة، دون أن يعلم، وأحس أيضا أن فريجة سبقه إلى تطبيقات جديدة لها قيمتها وغريبة عليه، وأدرك أنه لو كان عرف فريجة من قبل لكان استفاد من نظرياته وهو يؤلف مبادئ الرياضيات؛ أما وأن هذا الكتاب قد

(٣) لقد قام مارش R. C. Marsh بالإشراف على نشر بعض محاضرات وأبحاث رسل الهامة التي نشرت من قبل في مجلات فلسفية وأصبح العثور عليها صعبا، ووضعها في كتاب جعل عنوانه: B. Russell, *Logic and Knowledge*, ed. By Marsh, London. 1956 والمقال السابق ذكره عن العلاقات مترجم إلى الإنجليزية وأحد فصول هذا الكتاب وحين نشير إلى أحد فصول هذا الكتاب فيما بعد، فسوف نذكر اسم الكتاب السابق ذكره، يليه عنوان المحاضرة أو المقالة لرسل، ورقم الصفحة في ذلك الكتاب.

يُلم تأليفه. قلم يملك رسل إلا أن يكتب بتدبيل في فحرف ذلك الكتاب يوجز فيه أهم
نظريات فريجة المنطقية مشيرا إلى نقط الخلاف بينهما، ويعتبر هذا التذييل أول
مبحث منشور يكشف عن عبقرية فريجة.

د- أحسن رسل تناقضا في نقطة معينة في مذهب فريجة اللوجستيقي، تتعلق
بتصور (الصنف الذي ليس عضوا في ذاته)، فكتب إلى فريجة الذي رأى أن النقد
وجيه، وتحسر فريجة لاكتشاف التناقض بعدما أتم كتابه، وهو الجزء الثاني من كتابه
القوانين الأساسية لعلم الحساب فنشر فريجة هذا الكتاب كما هو، وأشقه بتدبيل
يقدم محاولته للتغلب على التناقض ولم يقتنع رسل بمحاولة فريجة، بل اكتشف رسل
أن هذا التناقض ليس سوى واحد من عدد لا متناه من المتناقضات التي يمكن
الكشف عنها في أصول الرياضيات (وقد سبق بيولاري فورتى Bulari - Forti رسل
في اكتشاف تناقض آخر) ومتى تم عكف رسل على حل بعض تلك المتناقضات عامي
١٩٠٣ و١٩٠٤ دون نجاح ولمعت في ذهنه حينئذ أسس نظرية جديدة سماها من
بعد (النظرية الوصفية) Theory of Description. كتب أول صياغة لها في مقال
نشره في مجلة Mind عام ١٩٠٥ بعنوان (On Denoting)^(٤) وهي نظرية ساعدته
على التخلص من موقف معين لفريجة ومينونج Meinong حيث كان واقعا تحت
تأثيره حين كتب مبادئ الرياضيات وعنى به الاعتقاد بأن للأعداد والأصناف الخ
وجودا واقعا موضوعيا مستقلا وحين تخلص رسل بفضل النظرية الوصفية - من هذه
الواقعية، استطاع صياغة نظرية جديدة أخرى هي (نظرية الأنماط المنطقية)

(٤) أعيد نشر هذا المقال في كتاب

Readings in Philosophical Analysis, Selected and edited by H. Feigl
and W. Sellars. N. Y., 1949, pp. 103-115 . لم تُنشر بعد ذلك و

Russell, Logic and Knowledge, ed. By R. C. Marsh, pp. 39-56.

Theory of Logical Types وهذه ما رأى فيها حلا للمتناقضات الرياضية المشار إليها.

هـ- حين وصل رسل إلى (النظرية الوصفية) و (نظرية الأنماط)، كان مشغولا مع وايتهد في موضوعات برنكيا، ووافق زميله على هاتين النظريتين، فأصبحتا جزءا من هذا الكتاب ويهمننا هنا أن نقول عن هذا الكتاب أنه فقط قد أقام المنطق نسقا استنباطا يقوم على فكرتين لا معرفتين ومصادرات خمسة وحين ذهب رسل إلى جامعة هارفارد ليلقى مجموعة محاضرات عام ١٩١٤، قال له شيفر H. M. Sheffer وهو أحد المناطق الأمريكية - أنه يمكن استبدال فكرة واحدة لا معرفة بالفكرتين في نسق برنكيا، ووافق رسل على التعديل، واقترح على شيفر إعادة كتابة الكتاب الكبير في ضوء تعديله، لكن شيفر لم يفعل ولقد رأى نيكو J. G. P. Nicod - منطقي - فرنسي - إمكان رد المصادرات الخمسة في نسق برنكيا إلى مصادرة واحدة تقوم على تعديل شيفر ونلاحظ أن رسل حين كتب عن المنطق الرمزي - بعد برنكيا - لتوضيح مواقفه وتطويرها، ذكر التعديلات السابقة مشيرا إلى أصحاب الفضل فيها ونجد هذه التعديلات في محاضرات (فلسفة الذرية المنطقية) Philosophy of Logical Atomism (١٩١٨) وفي كتابه مقدمة الفلسفة الرياضية Introduction to Mathematical Philosophy (١٩١٩).

و- لابد من كلمة هنا عن صلة رسل بفتجنشتين Wittgenstein حيث التقى هذا برسل في كمبردج في يناير ١٩١٢، واستمر إلى صيف ١٩١٣ طالبا بهذه الجامعة، ثم تركها قبيل الحرب العالمية الأولى، دون أن ينال شهادته الجامعية ولقد تحدث رسل في هارفارد عام ١٩١٤ عن (اكتشافات بالغة الأهمية لم تنشر بعد لتلميذه فتجنشتين)؛ وعاد هذا التلميذ فتجنشتين إلى كمبردج عام ١٩٢١ وكان قد كتب

كتابه الأول رسالة منطقية فلسفية *Tractatus Logic Philosophicus*، فساعده رسل على نشره وكتب له مقدمته. وقد كان رسل يشيد بما أفاد من تلميذه. لكن فتجنشتين كان ينكر المواقف التي يسندوها إليه رسل، ويعتبرها سوء فهم له لقد ترك فتجنشتين هذه الأفكار ثم عاد إليها عام ١٩٢٩ ليتقدم بكتابه رسالة منطقية فلسفية هذا لنيل درجة الدكتوراه، وكان مور G. E. Morre ورسل عضوى لجنة امتحانه، ومنحاه الدرجة، ثم ساعده رسل على تعيينه (زميلا) فى كمبردج ولم تستأنف العلاقات الشخصية بينهما بعد ذلك، إذ كان رسل قد أبعد عن كمبردج، كما كان قد دخل فى طور فلسفى جديد يخالف ما كان اتفق فيه مع فتجنشتين وسوف نذكر الأفكار المنطقية التي أخذها رسل عن تلميذه فيما بعد، وإن كان التلميذ قد بدأ دراسته للفلسفة والمنطق بالعكوف على برنكييا ماتيماتيكيا على أنه كتاب قد أخذ عليه ليه^(٥).

٦٦- المنطق وموضوعه:

المنطق الرمزي عند رسل تعديل وتعميق وتطوير للمنطق التقليدى، فليس الأول ثائر على الثانى فى كل نظرياته، فقد أراد رسل للمنطق أن يكون أكثر صورية ورمزية مما أتى عليه أرسطو، كما أراد أن يجعله نسقا استنباطيا وهو أمر لم يتح لأرسطو وأراد رسل أخيرا تطوير نظريات منطقية سبق لبول وفريجة وبيانو أن بدأوها

^(٥) النظر: 3rd, N. Y., ed by P. A. Schilpp, *The Philosophy of B Russell*, 1963, Vol I, *My Mental Development*, pp. 3 – 20 B. Russell *Philosophical Development*, London, 1959, pp. 65-76.

فى مثل موضوع المنطق الرمزى (دراسة مختلف النماذج العامة للاستنباط أو الاستدلال)^(٦).

٦٧- القضية :

أ- يعرف رسل القضية Proposition بأنها الجملة الإخبارية التى تحتل الصدق أو الكذب، ومن ثم فإن صيغ السؤال والتمنى والأمر والنهى والنداء ليست قضايا، والمقصود باحتمال الصدق والكذب أن القضية تقرر شيئاً أو تنكره، أو أنها تحوى حكماً نعتقد بصدقه أو كذبه. (سقراط فيلسوف) قضية صادقة، (سقراط مؤسس الفلسفة المادية) قضية كاذبة، لكن ما ذلك الشيء الذى تقررره القضية أو تنكره؟ لا تقرر القضية شيئاً جزئياً، لأن هذا مما يمكن تسميته أو الإشارة إليه، لا تقريره؛ تقرر القضايا وقائع Facts. إننا نعبر عن واقعة ما حين نقول إن شيئاً ما جزئياً له خاصية معينة، أو أنه على علاقة معينة مع شيء آخر. ويصنف رسل الوقائع إلى ثلاثة أنواع من التصنيف: (١) إما أن تكون الواقعة جزئية أو عامة: (هذا أبيض) تعبر عن واقعة جزئية، "كل إنسان فان" عن واقعة عامة. (٢) إما أن تكون الواقعة موجبة أو سالبة: "سقراط فيلسوف" تعبر عن واقعة موجبة، بينما (سقراط مؤسس الفلسفة المادية) لا تعبر عن واقعة، ومن ثم نقول إن القضية كاذبة. (٣) إما أن تتعلق الوقائع بالأشياء الجزئية والصفات والعلاقات الجزئية، أو تتعلق بأشياء عامة، ويسمى رسل هذا الصنف الأخير (وقائع عامة عمومية تامة) Completely general facts ونلاحظ أن التصنيف الأول والثالث متداخلان إذ كلاهما يتحدث عن وقائع عامة، لكن يبدو أن رسل أراد بالتصنيف الثالث أن يبرز (الوقائع المنطقية) القضية المركبة (إذا كان

⁽⁶⁾ Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, p. 10-11.

صنف ما جزء من صنف آخر فإن أى عضو من الصنف الأول عضو من الصنف الثانى)
مثال على القضية المنطقية.^(٣)

ب- القضية ليست اسم علم:

بعد تعريف القضية، يأتى تصنيفها، مما سيكون موضوع الفقرات التالية، لكننا نريد هنا الإشارة إلى موقف رسل من نقطة منطقية اختلف فيها مع فريجة، وهى قول الثانى إن القضية يمكن اعتبارها اسم علم وأنها تشير إلى شىء واقعى غير محسوس وهو (لصادق) أو (الكاذب)، وهما قائمان فى عالم ثالث عالم المعانى - لا نخلقه وإنما نكشفه، ويمكن مقارنته بعالم المثل الأفلاطونى^(٤). ولقد سبق أن اعترض على هذه النقطة فى مبادئ الرياضيات^(٥)، لكن رسل يقدم الآن اعتراضات أخرى، بعد أن ربط القضية بالواقعية، نوجزها فيما يلى: ١- مادامت القضية تعبر عن واقعة، وإذا كانت القضية اسما، لزم أن تكون الواقعة شيئا جزئيا مما يمكن تسميته أو يكون موضوع إدراك حسى لكن الواقعة ليست شيئا جزئيا بهذا المعنى، وإنما مركب من شىء وصفاته وعلاقاته. (٢) الفرق بين الشىء الجزئى والواقعة فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسمية naming والتقرير asserting. (٣) الوظيفة الأساسية لاسم العلم أن يسمى شيئا جزئيا، فإذا لم يسم الاسم شيئا جزئيا، فقد بطل أن يكون

^(٢) Russell, Logic and Knowledge, The Philosophy of Logical

Atomism, p. 184 (فلسفة الذرية المنطقية) محاضرات ثمانية ألقاها رسل فى لندن أواخر عام

١٩١٨ وبداية عام ١٩١٩ وسوف نشر فيما بعد إلى هذه المحاضرات بالرموز P.L.A مسبوقة

بسم الكتاب المذكور آنفا ومتبوعة برقم الصفحة فى هذا الكتاب.

(٤) انظر الفقرة ٦١ حـ.

(٥) انظر الفقرة ٦٣.

اسما وإنما كلمات أو أصوات لا دلالة لها، بينما لا يزال للقضية معنى حتى تكون كاذبة.^(١٠) من الواضح أن هذه الاعتراضات رغم وجاهتها لا تواجه موقف فريجة الواقعي في طبيعة العدد والصنف وأنها أشياء لها موضوعيتها المستقلة عن أفكار الإنسان وعن العالم المادى معا. لقد واجه رسل هذا الموقف الواقعي حين وصل إلى النظرية الوصفية، مما سوف نعرضه في حينه.

٦٨- القضية الذرية:

أ- لا يصنف رسل القضايا بمعنى إحصاء لكل أنواعها، وإنما يكتفى بتمييز خمسة أنواع من القضايا يتناولها بالتحليل: (١) القضية الذرية *atomic p*. (٢) القضية المركبة *molecular P*. (٣) القضية العامة *general P*. (وهي ما سماها التقليديون (القضية الكلية)، لكن لم يستخدم رسل العبارة الأخيرة كثيرا) (٤) القضية العامة عمومية تامة. (٥) القضية الوجودية *existential p* وسوف نستغرق في عرضنا لتحليل رسل لهذه الأنواع الأربعة الأولى بقية هذا الفصل، أما الحديث عن القضية الوجودية عند رسل فإننا نرجئه إلى فصل قادم حين نتحدث عن نظرية رسل في داله القضية.

ب- يقول أصحاب البرنكيبيا: (يبدأ نسقنا من "القضايا الذرية"؛ إننا نقبلها كمعطى [مسلمة أو نقطة بداية] لأن المشكلات الناشئة عنها تخص الجزء الفلسفى من المنطق، ولا تسمح (على الأقل فى الوقت الحاضر) بتناول رياضى^(١١). ويقدم برنكيبيا تعريفين للقضية الذرية: (١) القضية التى لا تحوى أى جزء مما يكون فى ذاته

(١٠) *Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 182, 187.* ويقول رسل إنه استمد هذه

الأفكار من فتحشتين.

(١١) *Principia, Introd. To 2nd ed., p.xv.*

قضية، والتي لا تحوى كلمات "كل" أو "بعض"، (٢) القضية التي تقرر أن لشيء ما صفة معينة، أو أن عدة أشياء على علاقة معينة فيما بينها^(١٢). ولعل رسل ووايتهد قصداً من تسمية هذا النوع من القضية بالذرية أن يدل على أكثر القضايا بساطة. "هذا أحمر"، "هذا أسبق زمناً من ذلك" "أ أكبر من ب" أمثلة لقضايا ذرية. ولعلنا نلاحظ أن تلك القضية الذرية تحوى صفة، أو فعلاً وعلاقة، كما تحوى اسم شيء جزئى تسند إليه الصفة أو الفعل، أو تحوى أسماء بينها علاقات. يسمى أصحاب برنكيبا هذه الأسماء "أسماء أعلام" Proper names ويسمون ما تشير إليه هذه الأسماء "أفراداً" individuals أو "جزئيات" particulars ويمكن القول إن القضية الذرية نوعان: قضية شخصية تسند فيها صفة إلى شيء جزئى، وقضية علاقة تربط شيئين بعلاقة ما، وأن القضية الشخصية هي ما رأى رسل - فى كتبه المنطقية الأخرى غير برنكيبا - أنها القضية الحملية بالمعنى الدقيق؛ ولرسل موقف معين من علاقة الحمل Predication نريد تفصيله.

٦٩- الحمل

أ - علاقة الحمل عند رسل علاقة أساسية إذا كان هنالك أفراد. يقول فى محاضرة ألقاها عام ١٩١١م فى "الجمعية الأرسطية" Aristotelian عنوالها "فى علاقات الكليات بالجزئيات":

".. الحمل علاقة تنطوى على اختلاف منطقى أساسى بين حديه. يمكن أن يكون للمحمولات ذاتها محمولات، لكن ستكون محمولات المحمولات مختلفة اختلافاً أساسياً عن محمولات الجواهر (الموضوعات) .. ليست القضايا من الصورة

(12) Ibid.

"كل أ هوب" قضايا حملية، لكنها تعبر عن علاقات بين محمولات .. وقد كان الخلط التقليدي بين هذه والقضايا الحملية بالمعنى الدقيق وبالا على المنطق الصوري .. إن الحمل علاقة أساسية إذا كان هنالك أفراد .. ومن ثم فأفضل تعريف للأفراد أنها كائنات يمكن أن تكون موضوعات فقط لمحمولات، أو أطراف علاقة - نعى أنها (بالمعنى المنطقى) جواهر".⁽¹³⁾

ب- ١- القضية الحملية عند رسل صورة منطقية أساسية من صور القضايا، ولا يمكن الاستغناء عنها، والقضية الشخصية Singular proposition هي القضية الحملية Subject - predicate p بالمعنى الدقيق، أما القضية الكلية أو العامة فإنها ليست حملية إذ لا تحوى موضوع حمل بالمعنى الدقيق وإنما تنطوى على علاقة معينة بين محمولين. ولقد اعترف رسل أنه تعلم التمييز بين القضية الشخصية والعامة من بيانو، وإن كان عرف من بعد أن فريجة عرف التمييز قبل بيانو.

٢- قام تمييز رسل بين القضايا الشخصية والعامة على أساس تحليل معين للمحمول واسم العلم، وأن بينهما اختلافا منطقيا أساسيا، نبدأ بالمحمول، تتخذ القضية الذرية - كما سبقت الإشارة - صورتين: ما يسند فيها محمول إلى اسم شئ جزئى، وما تنطوى على علاقات بين أسماء أشياء جزئية، ونلاحظ أن كلنا الصورتين تنطويان على فعل أو صفة وفعل، أو لفظ من ألفاظ العلاقة، ولا شك أن لكل من الفعل والصفة ولفظ العلاقة استخداما خاصا، وبالرغم من ذلك يمكن وضع الفعل والصفة مع ألفاظ العلاقات من حيث أنها تدل جميعا على علاقات،

(13) Russell. Logic and Knowledge. "On the Relations of Universals to Particulars", p. 123.

فإن كان لفظ العلاقة متعلقا بحد واحد - كأن يكون فعلا لازما أو صفة نسفيه "علاقة واحدة" monadic relation^(١٤) ونسمى ذلك اللفظ أو تلك العلاقة "محمولا" وتصبح القضية التي يرد فيها الفعل اللازم أو الصفة والفعل قضية حملية، وإن كان لفظ العلاقة متعلقا بحدين أو بثلاثة حدود أو أكثر نسمى العلاقة "علاقة ثنائية" dyadic r. أو "علاقة ثلاثية" triadic r. أو "علاقة رباعية" tetradic، وهكذا "سقراط فيلسوف"، "أ أكبر من ب"، "أ أعطى ب إلى ج" أمثلة لقضايا علاقات واحدة وثنائية وثلاثية على التوالي.^(١٥)

٣- موضوع القضية الذرية هو الفرد أو الجزئي، كما قلنا، ويعطى رسل الفرد تعريفات عدة منها أن الجزئي هو ما يمكن أن يكون موضوعا في قضية ذرية^(١٦)، وأن الجزئيات هي حدود العلاقات في القضية الذرية^(١٧)، ويشير إلى أن ما يسميه (الفرد) أو الجزئي هو (الجوهر بالمعنى المنطقي) في مصطلح القدماء، ومن ثم فالأشخاص والأشياء المحدودة في مكان وزمن أفراد أو جزئيات من الناحية المنطقية. لكننا نلاحظ أن رسل كثيرا ما يمزج تصور الجزئي كتصور منطقي بمواقفه المعرفية الخارجة عن مجال البحث المنطقي، وكانت مواقفه المعرفية تتطور عبر الزمن ورأى رسل في طور من أطواره الفكرية أن الشخص ليس "فردا" وإنما هو "تركيب منطقي" logical construction من أفراد أو جزئيات، وكانت المعطيات الحسية sense data من بين ما قصده بالجزئيات، ومن ثم يمكننا فهم قوله أن الجزئي هو ما سماه القدماء بالجوهر باستثناء واحد

(١٤) بروس أول من استخدم عبارة "العلاقة الواحدة" لكن رسل لا يشير إليه: انظر الفقرة ١٤٠.

(15) Logic and Knowledge, op. Cit, p. 108.

(16) Principia Introd 2nd ed., p. xix.

(17) Logic and Knowledge, p. L. A., p. 199.

وهو أنه لا يتصف بالثبات والديمومة not persistent through time وإنما وجوده يدوم وقتا قصيرا جدا momentary وفيما عدا ذلك فالجزئي الرسلي والجوهر الأرسطي يتلاقيان في أنه "الجوهر بالمعنى الأولي" وأنه الموضوع الحقيقي للحمل وأنه الذي لن يكون محمولا في قضية^(١٨). فإذا أردنا عزل الجوانب المعرفية في فلسفة رسل عن مواقفه المنطقية، قلنا إن أسماء الأشخاص والأشياء الجزئية موضوعات منطقية في قضايا حملية.

٤- إن الفرق بين اسم العلم والمحمول فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسمية والتقرير. لكي نفهم اسما ما يجب أن "تكون على وعى مباشر" acquainted with بالشئ الجزئي الذي يسمى بهذا الاسم، ونحن لا نستطيع تسمية شئ باسم ما لسنا على وعى مباشر به. (نلاحظ أن رسل هنا يدخل عنصرا معرفيا أيضا في طبيعة اسم العلم، لكننا سنتخلص منه بعد قليل). أما فيما يختص بالمحمول فإن فهمنا له هو فهمنا لقضية يدخل فيها هذا المحمول: لسنا محتاجين لفهم كلمة "أحمر" مثلا إلا أن يكون أمامنا فعلا شئ جزئي أحمر اللون، وإنما يلزمنا فقط أن نفهم معنى قضية تتخذ الصورة "س أحمر". لا يهمنا إن كانت القضية صادقة، وإنما يكفيها فهم معنى إسنادنا الحمرة إلى شئ ما أو شئ آخر. ولقد قال رسل إنه مدين في هذه النقطة من التمييز بين اسم العلم والمحمول إلى فتجنشتين.^(١٩) والآن، إذا أردنا تعريف رسل لاسم العلم تعريفا منطقيا بحثا خالصا من أي ألفاظ معرفية مثل "وعى مباشر" وما نحوها، وجدناه في أكثر كتبه تطورا، يقول: "اسم العلم كلمة لا تدل على محمول أو علاقة، وما

(18) Ibid., pp. 201 – 3.

(19) Ibid., p. 205.

يمكن أن يدخل في قضية لا تحوى متغيرات (ويبدو المتغير - فى اللغة العادية -

بظهور ألفاظ مثل: كل، بعض .. إلخ)^(٢٠)

ج- نجمل موقف رسل من الحمل فيما يلى: الحمل علاقة منطقية أساسية؛ القضية الشخصية هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق - وفى هاتين النقطتين يتفق مع أرسطو؛ وهناك تمييز منطقى أساسى بين اسم العلم والمحمول - وقد أدرك أرسطو هذا التمييز لكنه لم يتابعه إلى آخر تطورات المنطقية، وقد حسم فريجة وبيانو هذا التمييز^(٢١)، وأضاف رسل إليهما تمييزات أخرى، وفى ذلك يختلفون عن أرسطو؛ وبالرغم من أن الحمل علاقة أساسية وأن القضية الحملية صورة أساسية من صور القضية فإنها ليست الصورة الوحيدة للقضية إذ توجد صورة منطقية أخرى لا يمكن ردها إلى حمليات كقضايا العلاقات وقضايا الهوية والقضايا الوجودية، وقد فتح فريجة الباب لهذه التمييزات، وطورها رسل كما سنرى.

٧٠- المتغيرات والثوابت:

أ- ثانى أنواع القضايا التى يتحدث عنها رسل هى (القضايا المركبة) ولكى نفهم ما هى، يلزمنا تقديم بعض الأفكار الهامة فى برنكبيا أولا: نعى: المتغير Variable، والثابت constant، ودالة الصدق truth - function. (المتغير) تعبير رمزى فى الرياضيات يرمز إلى كمية غير محددة، استعارها المنطق ليبدل على أى

(20) Russell, My philosophical Development p. 167.

قارن هذا التعريف لاسم العلم بتعريف كواين: "اسم العلم ما يدل على تسمية شئ ما لكنه لا يملك ضمانا أن هذا الشئ يجب أن يكون حاضرا الآن فعلا أو أنه على وشك الظهور"، انظر:

Quine, Methods of Logic. London, 1958, p. 197.

Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, London, ^(٢١) انظر:

1919, p. 163.

رمز غير محدد المعنى؛ حين نعطي لمتغير ما معنى محددا نسمى هذا المعنى (قيمة المتغير) value of a variable، وقد يرمز المتغير إلى علم، أو إلى صنف، أو إلى قيمة أو إلى علاقة. ندل على المتغيرات بحروف معينة من لغة الهجاء. وليس استخدام المتغيرات أمرا جديدا في برنكيا، لكنه قديم قدم أرسطو والرواقيين، وقد توسع لينتز وبول وبيانو وفريجة في استخدامها. نسمى تلك الصورة الرمزية من المتغيرات (بالإضافة إلى رموز الثوابت التي سنتحدث عنها بعد قليل) إذا استخدمناها في المنطق (المصطلح الرمزي) notation، وقد كان لكل من فريجة وبيانو وبيرس وشرويدر وغيرهم مصطلحه الرمزي الخاص، لكن أصحاب البرنكيا اصطنعوا مصطلح بيانو لبساطته ودقته.

ب- يبدو أن تعبير (الثوابت المنطقية) من اصطناع بيانو، وسبق للرواقيين أن عرفوا بعضها وسموها (روابط) connectives والثابت المنطقي هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التي تربط بين قضيتين بسيطتين (ذريتين) أو أكثر، والثوابت الرئيسية في برنكيا أربعة: السلب negation (وتعبر عنها كلمة (لا) أو ما في معناها)، الربط conjunction (وتعبر عنها واو العطف)، الفصل disjunction (وتعبر عنها (أو)). (إما... أو...) ونحوها، التضمن implication (وتعبر عنها أداة الشرط (إذا...)). لقد عرف أرسطو هذه الروابط لكنه لم يدرس قواعد استخدامها بعناية، لكن الرواقيين بدأوا بتلك الدراسة، وزاد بول وجيفونز عليهم إضافات هامة، أما فريجة وبيانو فلهم الفضل الكبير في تعريفها ووضع قواعد استخدامها بدقة، بل كانا أول من وضع للثوابت رموزا ويرمز برنكيا إلى السلب بالعلامة (-)، وإلى الربط بالعلامة (∨) وإلى الفصل بالعلامة (∧)، وإلى التضمن بالعلامة (⊃). (وسوف نحتفظ بهذه الرسوم للثوابت حين نصوغ بعض القواعد والقوانين المنطقية في برنكيا

بالعربية). وإنما نجد أنفسنا الآن في موضع الخديث عن القضية المركبة: إنها قضية مؤلفة من قضيتين بسيطتين ارتبطتا بأحد الثوابت: الشمس مشرقة والجو معتدل، المسؤولية قائمة أو الحرية خرافة، مثالا على قضية مركبة تحوى أولاهما ثابت الربط والثانية ثابت الفصل. فإذا أردنا صياغة القضية المركبة في صورة رموز لمتغيرات وثوابتها، قلنا $(-p)$ ، q ، $(p \cdot q)$ ، $q \vee \neg q$ ، $q \supset (p \supset q)$ ، وهكذا^(٢٢). نسمى هذه الصيغ (دالات صدق).

٢١- دالة الصدق والقضية المركبة:

أ - سبق لفريجة أن أعطى للدالة في الرياضيات تعريفا دقيقا ثم استخدمها في كتابة القضية المنطقية لتكون في صورة رمزية خالصة، لكن يمكننا الآن تقديم تعريف للدالة أكثر بساطة مما فعل فريجة: حين يرتبط متغير ما (هـ) بمتغير آخر (و) بحيث إذا عرفنا قيمة و، أمكننا تحديد قيمة هـ، نقول أن هـ دالة و^(٢٣). ولقد طبق المناطق الرمزيون الدالة الرياضية في المنطق كما قدمنا. وقد دخل المناطق من فكرة الدالة إلى فكرة (دالة الصدق)، وكان فريجة أول من استخدم التعبير^(٢٤)، وإن كانت الفكرة قديمة قدم فيلون الميغاري حين تحدث عن احتمالات صدق القضية الشرطية أو كذبها وتتألف (دالة الصدق) في برونكيا - من صيغة رمزية لقضية مركبة بحيث تتوقف قيمة صدقها على قيمة كل قضية من القضايا

(22) principia, pp. 6 - 7.

(٢٣) انظر: M. Black, 'The Nature of Mathematics, London, 5th imp. 1965, pp. 53-4.

(٢٤) انظر: W. Kneale, The Development of Logic, p. 531.

التي تؤلفها، ويحكم هذه القيمة قواعد معينة، وتعتمد تلك القواعد على المعنى الذي نعطيه للثابت المنطقي الوارد في هذه القضية المركبة أو تلك ويمكن القول بعبارة أخرى إن تعريف الثوابت، بالإضافة إلى صدق القضيتين البسيطتين أو كذبيهما هما اللذان يحددان قيمة صدق القضية المركبة. ومن ثم تتعدد قواعد صدق القضية المركبة (أو قواعد دالة الصدق) بتعدد الثوابت الواردة فيها^(٢٥).

ب- قلنا إن الثوابت المنطقية الرئيسية - في برنكيا - أربعة هي السلب والربط والفصل والتضمن، ومن ثم تصير دالات الصدق أربعة: دالة التناقض، ودالة الربط، ودالة الفصل، ودالة التضمن ونوجز قاعدة صدق كل دالة فيما يلي:

(١) دالة التناقض *contradictory function*: صيغة تتألف من قضية

واحدة تسبقها أداة السلب، مثال: $(\neg p)$ ونقرؤها (لا p) - (not

p)، وتعني تقريراً، p كاذبة، أو أن p صادقة إذا كانت p كاذبة،

وكاذبة إذا كانت p صادقة. وذلك تعريف ثابت السلب.

(٢) دالة الربط *conjunctive function*: صيغة تتألف من قضيتين

ارتبطتا بثابت الربط، وصورتها الرمزية $(p \cdot q)$ ، ونقرؤها (p و q)

$(p \text{ and } q)$ ، وحكم صدقها أن تصدق إذا كانت كلتاها صادقتين معاً.

وإلا تكون الدالة كاذبة.

(٣) دالة الفصل *disjunctive function*: صيغة تتألف من قضيتين بينهما

ثابت الفصل، وصيغتها $(p \vee q)$ ، ونقرؤها (p أو q) - ($p \text{ or } q$)

(٢٥) Principia, Introd. 2nd ed, p. xvi أيضاً.

Russell, Logic and Knowledge, P. L. A., p. 210.

(q)، وحكم صدقها أن تصدق إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما، وأن تكذب إذا كذبت القضيتان معا؛ ويمكن التعبير - بأسلوب آخر - عن قاعدة دالة الفصل كما يلي: إذا عرفنا صدق إحدى القضيتين في دالة الفصل، أمكن استنباط أن الدالة المركبة صادقة. لا حاجة بنا إلى ملاحظة أنه إلى جيفونز يرجع الفضل الأول في هذه القاعدة (أو تعريف الفصل) التي تنطوي على أن دالة الفصل تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو صدق كلاهما معا، وهي قاعدة أخذها عنه كل المناطق المعاصرين - ما عدا فن Venn^(٣٦). ولا حاجة بنا أيضا إلى ملاحظة أن هذا التعريف للفصل مختلف عن تعريف المنطق التقليدي للفصل الذي بمقتضاه لا يمكن أن يصدق المقدم والتالي معا في القضية الشرطية المنفصلة، وقد سار بول في ركب التقليديين في هذه النقطة.

(٤) دالة التضمن *implicative function*: صيغة تتألف من قضيتين ارتبطتا بأداة الشرط، وصورتها الرمزية $(q \supset p)$ ، ونقرؤها (ق تتضمن ل) أو (إذا كان ق، حينئذ ل)؛ ومن الواضح أن دالة التضمن هي صورة القضية الشرطية المتصلة. يعطى أصحاب البرنكيا تعريفات عدة لثابت التضمن في سياقات مختلفة، نذكر منها التعريف الآتي: "إما أن يكون المقدم كاذبا أو أن يكون التالي صادقا"؛ لكن المناطق من فيلون الميغاري والرواقيين إلى فريجة ومن تلا أصحاب

(٣٦) انظر الفقرة ٣٥.

البرنكيبا رأوا أن دالة التضمن تصدق إذا صدق المقدم والتالى معا، أو إذا كذبا معا، أو إذا كذب المقدم وصدق التالى، وأن تكذب إذا صدق المقدم وكذب التالى. لا يتعارض تعريف برنكيبا مع هذا التعريف بطبيعة الحال، لأنه يمكن دمج التعريفين فيقال "تصدق دالة التضمن إذا كان من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالى".

ح- لقد تحير كثير من المناطق بعد برنكيبا فى إدراك التمييز بين علاقة التضمن - وهى علاقة منطقية - وعلاقة العلية وهى علاقة ليست منطقية، ذلك لأن المنطق التقليدى - حتى أيام كمنط - كان يرى أن القضية الشرطية المتصلة تعبر عن علاقة عليّة أو علاقة أساسى ground (وهو المقدم) بما تترتب عليه consequent (وهو التالى). لا شك أنه قد عرف أصحاب برنكيبا أن علاقة التضمن علاقة منطقية بحتة، بالرغم من أن القضية الشرطية المتصلة - التى تصاغ فى صورة تضمن - قد تعبر عن علاقة عليّة، لكنهم لم يوضحوا التمييز بين التضمن والعلية ولقد وصل المناطق من بعد إلى أن المقصود بدالة التضمن لا مجرد تقرير علاقة مقدم بتال، وإنما الوصول من هذه الدالة إلى صيغة أخرى تلزم عنها، وتصبح الصيغة الأخرى هى التى تعبر عن علاقة منطقية، نقول هذه النقطة بعبارة أخرى: (ق \supset ل) تتضمن أن تعبر بذاتها عن علاقة منطقية، وإنما الصيغة (ق \supset ل) تتضمن أن (لا - ل \supset ق) دالة تضمن وتعبر عن علاقة منطقية أساسية^(٢٧).

د- يستعين أصحاب البرنكيبا بتلك الدالات الأربعة الرئيسية لاشتقاق دالات أخرى ونكتفى هنا بذكر إحداهما، وهى "دالة التكافؤ" equivalence function،

(٢٧) قارن: D. Mitchell, An Introduction to Logic, London, 2nd ed.

1964, pp. 63-4.

رمز التكافؤ هو العلامة \equiv ، وصيغة دالتها هي " $(p \equiv q) (l \equiv q)$ "، وقاعدة هذه الدالة أن تصدق إذا صدقت القضيتان معاً، أو إذا كذبتا معاً، لكنها تكذب إذا اختلفت قيمة صدقهما، وقد وضع أصحاب البرنكيبا تعريفا لدالة التكافؤ بواسطة دالتى التضمن والربط وهو الإتيان بدالتى تضمن اختلف موضع المقدم والتالى فى إحداهما عنه فى الأخرى، ثم ارتباط الدالتين بثابت الربط، والصيغة الرمزية لتعريف دالة التكافؤ هي: $(l \equiv q) = "(q \supset l) \cdot (l \supset q)"$ $P \equiv q = (p \supset q) (q \supset p)$. نقول عن القضيتين (الكواكب تدور حول الشمس) (بالشمس قوة جاذبية) إنهما متكافئتان، بمعنى أن القضية (إذا كانت الكواكب تدور حول الشمس فإن الكواكب تدور حولها)، أو بمعنى (الكواكب تدور حول الشمس تكافىء بالشمس قوة جاذبية) تساوى (إذا كانت الكواكب تدور حول الشمس فبالشمس جاذبية وإذا كان بالشمس جاذبية فإن الكواكب تدور حولها). نلاحظ على دالة التكافؤ أن ليس المقصود أن يكون معنى القضيتين المتكافئتين واحداً وإنما نعنى فقط أن قيمة الصادق فيهما واحدة^(٢٨) ونلاحظ هنا أن دالة التكافؤ دالة جديدة فى برنكيبا: نعم لقد عرف فريجة المساواة أو الهوية (وهما عنده مترادفتان) وأعطاهما رمز التكافؤ هنا ورأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان فى المعنى ويمكن استبدال إحداهما

(٢٨) انظر: *principia*, pp. Xv-xvi, 6-7. وأيضا:

Russel, *Introduction to Mathematical Philosophy*. London, 1948, pp. 146-8.

بالأخرى^(٢٩) لكن أصحاب برنكيا هم الذين طوروا هذه النقطة وأضافوا إليها تعريف الدالة.

هـ- توضح الفقرات السابقة معنى القضية المركبة، فهي قضية مؤلفة من قضيتين ذريتين أو أكثر ارتبطتا بأحد الثوابت المنطقية، وهي نوع من القضية غريب على المنطق التقليدي، نعم عرف أرسطو القضايا التي تدخل عليها واو العطف وأداة الفصل وأداة الشرط لكنه لم يعط نظرية في معنى هذه الثوابت، ولا في أحكام تلك القضايا وقواعد استنباط بعضها من بعض ولأصحاب برنكيا فضل كبير في تطويرها بدأه فريجة وبيانو يبحث عن تلك المواقف.

٢٢- القضية العامة:

أ- سوف نذكر تحليل رسل وأصحاب برنكيا للقضية العامة (أو الكلية) كاملا في فصل تال حين نتعرض لنظريتهما عن دالة القضية ولكن نكتفى هنا بالإشارة إلى ثلاث نقط في موقف رسل من القضايا العامة، وهي ثالث أنواع القضايا في تصنيفه. أولا: ليست القضية العامة حملية كما ظن التقليديون، وإنما هي في حقيقتها قضية شرطية متصلة. تعنى القضية (كل إنسان فان) أنه (إذا كان هـ إنسانا فهو بالضرورة فان) وحين ذكر رسل هذه النقطة أرجع الفضل في معرفته لها إلى برادلى الذي أعلنها في كتابه مبادئ المنطق Principles of Logic الذي نشر عام ١٨٨٢، وساق رسل مثل برادلى هذا المثال: "المخطئون سوف يقدمون للمحاكمة" Trespassers prosecuted تعنى أنه "إذا ارتكب شخص ما خطيئة فإنه سوف

^(٢٩) راجع: Translations from the Philosophical Writings of G. Frege,

by Geach and Black, p.

12.

يحاكم^(٣٠)، ومن الغريب أن يقرون رسل هذه الفكرة ببراد لي في عام ١٩١٨، وكان ينبغي أن يرجع رسل الفضل إلى فريجة الذي عرف هذه النقطة منذ ١٨٢٩ (وعرف رسل فريجة وأعماله بعد عام ١٩٠١)، أو أن يرجع الفضل إلى بيرس الذي عرف هذه النقطة منذ ١٨٦٢^(٣١).

ب- مادامت القضية العامة شرطية متصلة، فإنه ليس من الضروري أن تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعها؛ إن القضية الشرطية لا تقرر شيئا. القضية (كل إنسان فان) لا تقرر وجود آدميين في الواقع، ثم نحكم عليهم بالفناء؛ وإنما تقول فقط إنه إذا كان هناك آدميون لزم أن يكونوا فانيين. ونلاحظ أن كل صيغ القوانين العلمية من هذا النوع من القضايا: "أى يمكننا أن نحكم بصدقها حتى لو لم يكن لموضوعها أمثلة في الواقع. خذ القانون: (كل الأجسام المتحركة التى لا تؤثر فيها قوة خارجية عليها تستمر فى حركتها حركة مطردة فى خط مستقيم). إنها قضية صادقة حتى لو لم يوجد جسم متحرك لا تؤثر فيه قوة خارجية عليه، وكان يمكن للقضية أن تنطوي على وجود واقعي لو كان فى الكون جسم واحد، وهو باطل، ورغم ذلك فالقضية صادقة ويوضح رسل رأيه فى عدم وجوب تقرير القضية العامة لوجود واقعي لموضوعها بالمثال "كل إغريقى إنسان": لا تقرر هذه القضية وجودا واقعيًا للإغريق، فإذا أرادت بالقضية أن تعطى هذا التقرير، لزم أن تضيف القضية "ويوجد إغريقى" بحيث إذا حدث أن ليس هنالك إغريقى، تصبح القضيتان "كل إغريقى إنسان"، "لا إغريقى إنسان" صادقتين معا^(٣٢). نلاحظ أنه قد سبق لبول

(30) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 237.

(31) قارن الفقرات ٣٧، ٥٣.

(32) P. L. A., p. 229؛ انظر أيضا:

Russell, My Philosophical Development, pp. 66-7.

وفريجة أن أدركا هذه النقطة لكن لم يلقيا عليها ضوءا كافيا يتناسب وأهميتها، مثل الأهمية التي أعطاها لها رسل^(٣٣).

ح- وصل رسل من النقطتين السابقتين في تحليل القضية العامة إلى أن بعض قوانين المنطق كاذبة، نعى بعض قوانين التقابل بين القضايا، وبعض قوانين الاستدلال المباشر حيث رأى التقليديون أن القضيتين المتناقضتين لا تصدقان معا، بينما رأى رسل أنهما تصدقان معا إذا دل موضوعهما على صنف فارغ؛ رأوا أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معا بينما رأى رسل أنهما تصدقان إذا توفر الشرط السابق؛ رأوا أنه إذا صدقت الكلية صدقت الجزئية المتداخلة معها، بينما رأى رسل أن الجزئية لا تصدق إذا كان موضوع الكلية فارغا، إذ لا يمكن الانتقال من لا وجود إلى وجود؛ ورأوا أن الكلية الموجبة تعكس إلى جزئية موجبة وأنهما متكافئتان في المعنى والصدق، بينما رأى رسل أنهما لن يكونا متكافئتين إذا كان الموضوع فارغا. وبالمثل يصبح الضرب الأول من الشكل الثالث من أشكال القياس التقليدي فاسدا إذا لم يكن لموضوع المقدمات أفراد في الواقع، لأننا ننتقل من مقدمتين كليتين إلى نتيجة جزئية، أي ننتقل مما لا ينطوي على تقرير وجود واقعي إلى تقرير وجود واقعي، وهو باطل وسوف نختار أمثلة توضيحية قليلة فيما يلي: إذا قلنا أن (الجياد المجنحة مفترسة) صادقة، صدقت أيضا (بعض الجياد المجنحة ليست مفترسة) لأننا إذا قلنا أن الأخيرة كاذبة طبقا لقانون عدم التناقض فإننا نتضمن أن هنالك حصانا مجنحا واحدا على الأقل قد يكون مفترسا، وهو باطل فليس للموضوع

(٣٣) قارن الفقرات ٢٨ ب، ١٥٢.

وجود واقعي^(٣٤). القضيتان (كل حصان مجنح)، (لا حصان مجنح) تصدقان معا. ويقول زسل - في سياق فساد الضرب الأول من الشكل الثالث - أنه قد تحطمت محاولات لينتز الجادة لإقامة منطق رياضي على صخرة هذا الضرب، لأنه كان يصل في كل محاولته إلى هذا الضرب الجديد، فلا يصدق نفسه لاعتقاده بنغصمة أرسطو، فيبدأ محاولته من جديد، وهكذا^(٣٥).

٧٣ - القضية العامة عمومية تامة:

أ - القضية العامة عمومية تامة وهي رابعة أنواع القضايا التي درسها زسل، وكان يقصد بها القضايا المنطقية (أو الحقائق المنطقية) كما كان يقصد بها كل قضايا الرياضيات البحتة التي لا تحوى غير حدود منطقية خالصة. وهناك أمثلة لهذا النوع من القضايا: (١) إذا كان "أ" يتضمن "ب"، و"ب" يتضمن "ح"، فإن "أ" يتضمن "ح" (الرموز هنا متغيرات لقضايا)، (٢) "إذا كان كل أفراد "أ" أفراد في "ب" وكل أفراد "ب" أفراد في "ح"، فإن كل أفراد "أ" أفراد في "ح"، (الرموز هنا متغيرات لأصناف)، (٣) "إذا كان كل أفراد "أ" أفرادا في "ب"، و"ب" أحد أفراد "أ"، فإن "أ" فرد في "ب" ("أ" متغير يرمز إلى العضو في صنف)^(٣٦) لكن وجد زسل صعوبة كبرى في تعريف القضية المنطقية بالبحث عن خاصة تميزها عن القضايا الأخرى.

^(٣٤) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 229. انظر أيضا:

Russell, Intruction to Mthematical Philosophy, pp. 163-4.

وسوف نرمز إلى الكتاب الأخير فيما بعد بالرموز I. M. P.

^(٣٥) Logic and Knowledge, op. Cit., p. 230. انظر أيضا:

S. Stebbing A Modern Introduction to Logic, London, 2nd ed.,

1933, p. ix.

^(٣٦) Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 237-240.

وتلخص النقط التالية ما وصل إليه رسل فيما بين الأعوام ١٩١٨ و ١٩٣٧ فى معنى القضية المنطقية. (١) قد نقول أن القضية المنطقية قضية تحليلية، ونعنى بالتحليلية ما نقيضها مستحيل، لكن يجب ألا نقنع بهذه الخاصة لقصورها، لأنها تستند إلى قانون عدم التناقض، وهو ذاته أحد القضايا المنطقية التى نريد البحث عن خاصيتها^(٣٧). (٢) القضية المنطقية هى ما يمكننا معرفتها على نحو قبلى، ومن ثم فهى متميزة تماما عن القضايا التجريبية، لكن بالرغم من أن السمة القبلية قائمة فى كل قضية منطقية غير أنها ليست خاصة فيها بقدر ما هى خاصة لمعرفةنا لها. (٣) قد نقول إن القضية المنطقية تحصيل حاصل، tautology، وتلك خاصة مميزة، ويرجع الفضل فى إبرازها إلى فتجنشتين حين قال إن حقائق المنطق وكل قضايا الرياضيات البحتة تحصيل حاصل، لكن فتجنشتين - فيما يقول رسل - لم يعط حتى عام ١٩١٩ معنى دقيقا لتحصيل الحاصل، إذ لم يكن قد نشر كتابه الأول بعد، ولم يحاول رسل إعطاء تعريف من عنده^(٣٨).

ب- حين نشر فتجنشتين كتابه الأول رسالة منطقية فلسفية Tractatus Logic- Philosophicus عام ١٩٢١، دون فيه - من بين ما دون - رأيه فى يقين القضية المنطقية، مما نوجزه فى العبارات الآتية: حين نقول أن القضية المنطقية تحصيل حاصل لا نعنى أنها لا تقول شيئا، وإنما نعنى أنها لا تقول شيئا عن العالم الخارجى؛ القضية المنطقية صادقة دائما وضرورية، وينشأ صدقها وضرورتها عن

(٣٧) للقضية التحليلية معنيان على الأقل: (أ) ما تعبر عن حقيقة منطقية بالقياس إلى تعريف الألفاظ أو الرموز التى ترد فيها، (ب) ما تكون تحصيل حاصل وهى القضية التى تعبر عن قانون الهوية التى يؤدى إنكارها إلى الوقوع فى تناقض.

(38) Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 240 -1.; I. M. P., pp. 202-5.

تركيب لغوى معين صيغت فيه، واستخدام معين للألفاظ التى ترد فيها؛ إن بعض قواعد التركيب اللغوى وبعض قواعد استخدامنا للألفاظ من صنعنا وإصطلاحنا، ويمكننا تغييرها إن شئنا، لكن بعضها الآخر ليس كذلك، بل هى معطاة لنا إن حقائق المنطق تنتمى إلى النوع الثانى الذى يكون معطى لنا ولا نملك تغييره، وعندما نكتشف صدق القضية المنطقية فسرعان ما نحلل القواعد التى يخضع لها تركيبها اللغوى، وذلك يعنى أن قواعد اللغة وقوانين الفكر مرتبطان أشد ارتباطاً^(٣٩). ولقد تأثر كثير من المناطق برأى فتجنشتين ونادوا بنظرية فى يقين المنطق لم يقصد إليها رائدهم، مؤداها أن حقائق المنطق مبنية على قواعد استخدامنا فى اللغة، وما دامت هذه القواعد من صنعنا، فإنه يجب أن تكون حقائق المنطق من صنعنا كذلك، وتسمى هذه النظرية (نظرية المواضع المنطقية) Logical

Conventionalism، بدأها الوضعيون المناطق مثل شليك schlick (١٨٨٢ - ١٩٣٦). وكارناب Carnap (١٨٩١ -) وتابعهما مناطق آخرون مثل بوست Post (١٨٩٢ - ١٩٥٤) ولوكاشيفتش (١٨٧٨ - ١٩٥٦) وتارسكى Tarski (١٩٠٢ -) وكوين Quine وستروسن Strawson^(٤٠) وسوف نتناول هذه النظرية فى الفقرتين التاليتين. أما رسل فحين قدم كتابه مبادئ الرياضيات للطبعة الثانية عام ١٩٣٧

^(٣٩) انظر: L. Wittgenstein, Tractatus Logico-Philosophicus trans. By Pears and McGuire, London 1961, SS 4. 46 ff, 6. 124.

^(٤٠) انظر:

R. Carnap, The Logical Syntax of Language, London, 1937.
A. Tarski, (The Semantic Conception of Truth).
Quine, (Truth by Convention).

أعيد نشر المقالتين الأخرتين فى:

Readings in Philosophical Analysis, ed. By Feigl and Sellars N. Y., 1949 النظر أيضا
Quine, From a Logical Point of View, 2nd ed. 1961, Harvard
Strawson, Introduction to Logical Theory.

بمقدمة جديدة غير مقدمة الطبعة الأولى ليسجل فيها المواقف التي كان قد نادى بها عام ١٩٠٣ وارتد عنها أو تعداها وطورها ويزيد من مواقفه التي ثبت عليها، أشار إلى أنه ليس لديه جديد يقوله في توضيح معنى القضية المنطقية، كما أشار إلى رفضه لنظرية المواضعة حيث أعطت قوانين المنطق تفسيراً لغوياً مسرفاً^(٤١). فإذا أردنا الآن الإشارة إلى الموقف الذي اتفق فيه كل من رسل وفتجنشتين حول القضية المنطقية، قلنا إنها - عندهما - صادقة دائماً، ولا يعتمد صدقها على ملاحظات حسية أو تحقيق تجريبي، ولا يكذبها أي مثل تجريبي، وإنما لندرك صدقها حالما نفهم معاني الألفاظ الواردة فيها ونعرف استخدامها الصحيح، وأنها على علاقات معينة مثل الهوية وعدم التناقض والتضمن.

٧٤- قوانين المنطق ونظرية المواضعة

أ- نتوقف في هذه الفقرة والفقرة التالية عن الاستمرار في عرض منطق رسل وأصحاب البرنكيا، لنوجز نظرية المواضعة المنطقية ونعلق عليها حيث يختلف أصحاب النظرية فيما بينهم في كثير من التفاصيل^(٤٢)، لكن يمكن إجمال جوهر النظرية فيما يلي. إن اللغة ابتكار إنساني، وإن الإنسان هو صانع الألفاظ وقواعد استخدامها وقواعد تركيبها في عبارات. حين اصطنع الإنسان اللغة، ربط كل لفظ بمعنى ثابت أو كاد يكون ثابتاً؛ واللغة في تطور مستمر، فهناك ألفاظ تتطور معانيها حسب الحاجة، كما أن ألفاظاً جديدة تدخل في اللغة لم تكن بها من قبل حسب الحاجة أيضاً فحين نقول أن اللغة مواضعة إنسانية نستبعد أن تكون من صنع فرد

(٤١) Russell, The Principles of Mathematica, Introd, to 2nd ed., 1937, pp. lx, xii.

(٤٢) تجد بعض تفصيل لنظريات هؤلاء في:

Kneale, The development of Logic, pp. 630- 51.

معين أو من صنع عدد محدود من الأفراد ابتكروها بإرادتهم واختيارهم، بنفس الطريقة التي نقول فيها إن قواعد لعبة الورق أو الشطرنج أو أى لعبة أخرى من صنع فرد معين باختياره يمكننا أن نتقل بعد هذه الكلمة فى طبيعة اللغة عن نظرية المواضع إلى تفسيرها الصدق والضرورة فى قوانين المنطق.

ب- يمكن تقسيم الألفاظ من حيث استخدامنا لها قسمين: ألفاظ بنائية structural words، وألفاظ غير بنائية non- structural words، ومن أمثلة الألفاظ البنائية: كل، بعض، إذا، لا، و، أو، والألفاظ الدالة على علاقات وسائر الألفاظ التى تربط بين كلمتين أو أكثر ليتألف منها جمل مفيدة، أما الألفاظ غير البنائية فهى سائر مفردات اللغة من أفعال وصفات وأسماء عامة وأسماء أعلام، خذ القانون المنطقى: (إذا كان "أ" حينئذ "ب"، وإذا كان "ب" حينئذ "ح"، فإنه إذا كان "أ" كان "ح") - هذا القانون ضرورى لأننا إذا عوضنا عن "أ" و "ب" و "ح" بجمل مفيدة، يصبح القانون صادقاً دائماً، لأنه يتسق مع استخدامنا المؤلف لكلمة (إذا) أو أنه صادق بالقياس إلى قواعد استخدامنا لأداة الشرط⁽⁴³⁾. خذ الجمل الآتية: إذا كان محمد أعزب فهو غير متزوج، إذا كان يونس جدا لمصطفى فهو والد والد مصطفى، كل الأخوة ذكور، كل الأخوات إناث - إنها أمثلة لقضايا ضرورية تنشأ ضرورتها عن استخدام صحيح للكلمات التى ترد فيها. إننا نستخدم كلمة (أعزب) لتعنى كلمات (غير متزوج). (جد) لتعنى (والد والد)، وهكذا؛ كأن قواعد استخدام الألفاظ بمثابة أوامر: لا يستخدم (أعزب) إلا إذا كنت تعنى (غير متزوج) ومن ثم فتلك القضايا صادقة بالتعريف. خذ الآن مثالا يوضح أن تسليمنا بقانون عدم

(43) Quine, (Truth by Convention), in Readings in Philosophical Analysis, ed. By Geigl and Sellars, p. 262.

التناقض ناشيء عن قواعد استخدامنا لألفاظ اللغة. إن اللغة ألفاظا مترادفة يتسق بعضها مع بعض، كما أن بها ألفاظ لا يتسق بعضها مع بعض؛ (أعزب) و (غير متزوج) لفظان متسقان، (أسود) و (مربع) متسقة، لأنه يمكنك إسنادهما معا إلى شيء واحد، مثلما نقول أن السبورة سوداء مربعة، لكن (أسود) و (أبيض) لفظان متقابلان لا يتسقان، إذا قلنا (هذه السبورة سوداء بيضاء) نقول ألفاظا غير متسقة بعضها مع بعض لأننا أسندنا إلى شيء ما صفتين لا يتسق استخدامنا لإحدهما مع استخدامنا للآخرى^(٤٤). تنتهى نظرية المواضعة المنطقية من ذلك إلى القول إن ضرورة قواعد المنطق ليست لغزا، وإنما تقوم فى القواعد التى تواضع الناس عليها فى استخدامهم للألفاظ، وما دامت هذه القواعد من صنعنا، فكذلك قوانين المنطق^(٤٥).

٢٥- نقد نظرية المواضعة:

أ- نقدم على النظرية السابقة الملاحظات الآتية: (١) نستخدم (مواضعة) أو (اصطلاح) على قاعدة ما بمعنى ما يسمح بالإتيان بديل بها أو بتغييرها، ومن المؤلف أيضا أن نستخدم (ضرورى) بمعنى ما لا يمكن تجنبه أو ما لا اختيار لنا فى تغييره، ومن ثم لا يمكن للقضية الضرورية أن تكون اصطلاحا أو مواضعة.

(٢) نستخدم كلمة (أحمر) مثلا للدلالة على لون معين وافرض أنى أعلنت أنى سأستخدم (أحمر) للدلالة على ما يعنيه الناس حين يستخدمون كلمة (أبيض) وأنى

^(٤٤) Strawson, Introduction to Logical Theory, London, 1952, pp. 6-8.

^(٤٥) انظر: P. Kneale (Are Necessary Truths true by Convention?), in P. A. S. S.; Vol. xxi, 1947.

وقد أعيد نشرها فى:

Clarity is not Enough, ed. By H. D. Lewis, London, 1963, p. 137.

سأستخدم (أخضر) للدلالة على كلمة (أبيض) كما يستخدمها الناس، وقمت بتغيير مماثل لكلمات أخرى - في الواقع سوف أعطى معانى لكل الكلمات غير المعانى التى ألفها الناس. لا بأس من هذا الإجراء ولا غبار على استخدامى لغة جديدة، ولو أن هذه اللغة صناعة فردية لا يستخدمها سوى، لكن إذا أدركنا أن اللغة جعلت للتفاهم بين عدد عديد من الأفراد، جاء الإجراء الجديد باطلا.

(٣) القول إن قوانين المنطق تقوم على قواعد استخدام الألفاظ يعنى أن الناس قد مروا بمرحلة كانوا يتفاهمون برموز لغوية قبل أن يدركوا قواعد المنطق، وليس هذا صحيحا. نعم، حين تكلم الإنسان وتفاهم مع غيره باللغة، لم يكن قد نشأ بعد علم المنطق، وبالرغم من ذلك كان الإنسان يستخدم قواعد المنطق من حيث لا يشعر؛ بل كان يدرك تصورات منطقية حتى دون استخدام كلمات مناسبة. خذ مثالا: افرض أنى أعرف معنى كلمة (أحمر)، وافرض أنى وقعت على شئ ليس أحمر اللون. لكنى لم أعرف على وجه التحديد الكلمة الدالة على ذلك اللون الآخر؛ يمكننى أن أقول (هذا ليس أحمر)، وتدلل هذه العبارة على استخدام صحيح للغة؛ ذلك يعنى أنى مدرك لفكرة السلب قبل أن أتعلم مفردات اللغة التى لا يتسق استخدام بعضها مع استخدام بعضها الآخر. يمكن للمدرس أن يعلم الطالب كيف يستخدم كلمات النفس فى لغة ما، لكنه يفترض حينئذ أن لدى الطالب تصورى الإثبات والسلب ابتداء، وإلا لا يستطيع الطالب استخدام أدوات النفس استخداما صحيحا. نضيف إلى ذلك أن معرفة الإنسان لقواعد اللغة والاستخدام الصحيح للكلمات ليست فى ذاتها معرفة قواعد المنطق وليست الأولى سابقة على الثانية. خذ القضية (محمد أعزب إذن فهو غير متزوج)؛ نقول عن هذه القضية أنها ضرورية، ونسند الضرورة إلى ترادف (أعزب) و (غير متزوج)، أو نقول إنها تعبير عن مبدأ الهوية. ذلك تفسير غير صحيح، لأن الترادف

فى ذاته لا يحمل معنى الضرورة. لعل الأصدق أن نقول إن إدراكى لمبدأ الهوية هو سبيلى إلى إدراك معنى الترادف ويمكننا أيضا أن نعثر على مبدأ الهوية دون استخدام مترادفين مثلما أقول أن (أ هو أ): هذه الصيغة ضرورية لكن ما القاعدة اللغوية التى أتخذها أساسا للضرورة، سوى أن أقول إنها تثبت أن الشئ هو نفسه، وهذا هو ذاته مبدأ الهوية.

(٤) لا نعترض على القول أن القضية المنطقية قضية تحليلية. نعم هى كذلك. لكن حين يقول أصحاب نظرية المواضع ذلك، يعنون أن القضية المنطقية صادقة بالتعريف أى أن بعض حدودها مرادف لبعضها الآخر أو جزء من معناها. نلاحظ هنا أن السمة التحليلية للقضية المنطقية لا تفسر الضرورة، أو أن هذه السمة ذاتها محتاجة إلى تفسير. القضية (كل الكواكب تدور حول الشمس) صادقة بالتعريف، أى هكذا نفهم معنى (كوكب) لكن ليست هذه القضية منطقية^(٤٦). ومن ثم لا يزال السؤال قائما: لم تكون القضية التحليلية ضرورية؟ الجواب السريع هو أن ضرورتها ناشئة عن أنها تنطوى لا على ترادف أو استخدام صحيح للكلمات، وإنما على استخدام مبادئ الهوية وعدم التناقض والتضمن. وهنا لا نزال نسأل، ما الأساس الذى يجعلنا نسلم بهذه المبادئ منذ البدء؟

ب- نظرية المواضع فى تفسير يقين قوانين المنطق نظرية قاصرة إن صحت الملاحظات السابقة ولا يعنى قصورها أننا ننكر الصلة بين قواعد اللغة وقوانين المنطق، ولا ننكر الصلة بل نثبتها، وإنما نقترح تفسيراً جديداً لتلك الصلة: هنالك صلة غير مباشرة بين قواعد اللغة وقوانين المنطق لكن الصلة مباشرة بين قوانين

(٤٦) انظر: Kneale, op. Cit., 133-8؛ أيضا:

Mitchell, Introduction to Logic, pp. 133-165.

المنطق وعدد من التصورات الأساسية في عقل الإنسان كالسلب والربط والفصل والشرط والتعدي ... إلخ. إننا ندرك هذه التصورات ابتداء حتى قبل أن نستخدم اللغة، ثم يأتي دور الألفاظ للتعبير عنها (أو إن شئنا الدقة إن استخدام اللغة ويقظة التصورات من كمونها متلازمان ولا سبق لأحدهما على الآخر من حيث الزمن). حين نضع قواعد استخدامنا لألفاظ اللغة، نجد أنها تتسق مع تلك التصورات الأساسية. ليست هذه أفكاراً فطرية وإنما هي استعدادات طبيعية يكشف عنها استخدامنا للغة وصياغتنا لقواعدها إنها استعدادات لا نملك تغييرها بل إننا نفكر على هداها ويتسق هذا الاقتراح مع معطيات النسق الاستنباطي حين نبدأ العلم - أى علم - بمجموعة من أفكار أولية نأخذها بلا تعريف، ثم تؤلف منها مبادئ أولية نسلم بها بدون برهان. إنها أفكار ومبادئ أكثر وضوحاً من غيرها، ونستنبط منها غيرها ولكي نوضح موقفنا بمثال واحد كنموذج حيث تقوم قوانين عدم التناقض والتضاد والعكس والهوية إلخ على طبيعة القضية الحملية وطريقة تركيبها. ولكن لا تقوم ضرورة قوانين القضية الحملية على قواعد المسند والمسند إليه أو قواعد المبتدأ والخبر، وإنما تقوم على تصورنا الأساسى للشيء وصفاته. إن التمييز بين أى شيء وصفاته ليس تمييزاً تجريبياً، لا أتعلمه ولا أكتشفه وإنما هو معطى لى. ينطوى تصور الثنائية بين الشيء وصفاته على تصور أن لا شيء يمكن أن يوجد من غير صفات تحمل عليه، سواء كان هذا الشيء قلم الرصاص الذى فى يدي أو كان الله، ولا شيء يمكننى أن أدركه أو أن أعرفه إلا عن طريق صفاته. ومن جهة أخرى، لا وجود لصفة فى ذاتها - الصفة دائماً صفة لشيء وإلا لا معنى للصفة. ذلك معطى أول للفكر الإنسانى، هكذا يرى الإنسان الأشياء من حوله، ولا بديل له كمنظار آخر للرؤية. افرض أنى قلت: (قبرص جزيرة)، وقيل: وما الجزيرة؟ وقلت: قطعة أرض محاطة

بالماء. وقيل: وما قطعة الأرض؟ وقلت: شيء مادي، وقيل: وما الشيء المادي؟ حينئذ لا أستطيع الإجابة، ولا يستطيع أحد. إنه تصور أولى يدل على الفرد - أعرفه ويعرفه الجميع من تلقاء أنفسهم بلا شرح أو تعلم، ومن ثم نصل إلى علاقة ضرورية بين الشيء وصفاته، أو بين الموضوع ومحمولاته. ينبع من هذه الضرورة - التصور الأولى للشيء وتصورات أخرى كالسلب والتضمن إلخ إنه إدراكى المباشر لكل قوانين التقابل بين القضايا وكل قواعد الاستدلال.

الفصل الرابع عشر

منطق رسل ووايتهد (٢)

نظرية حساب القضايا

٢٦ - مقدمة:

نظرية حساب الأصناف أولى نظريات المنطق الرمزي من الناحية التاريخية، وبول واضح مبادئها؛ لكن النظرية (حساب القضايا) Propositional Calculus تعتبر سبقا منطقيا عليها، لأنها الأساس الذي تقوم عليه نظرية الأصناف وغيرها من نظريات ذلك المنطق، ويرجع الفضل إلى فريجة في وضع مبادئها، وقد ساهم بيانو بجهده فيها وتمثل برنكيا حلقة من حلقات تطوير هذه النظرية؛ ويسمى أصحاب برنكيا (حساب القضايا) أحيانا، و (نظرية الاستنباط) أحيانا أخرى^(١)؛ وللنظرية أسماء أخرى عند منطقة أو كتاب آخرين مثل (نظرية دالات الصدق) - Theory of truth- Functions، ونظرية تركيب القضايا) Theory of statement composition^(٢). وتعنى كلمة (حساب) هنا الحساب المنطقي الذي يتناول القضايا بدلا من الأعداد، في صورة رمزية خالصة وفي صورة متغيرات وثوابت؛ وترمز المتغيرات هنا إلى قضايا لا إلى حدود، كما ترمز الثوابت إلى العلاقات بين تلك القضايا إن موضوع نظرية

^(١) Principia, I, p. 90.

^(٢) انظر: Kneale, The Development of Logic, p. 525؛ وأيضا:

Mitchell, Introduction to Logic, p. 19.

حساب القضايا هو الاستنباط - استنباط قضايا من أخرى بالقياس إلى صورتها المنطقية فقط، ووضع قواعد هذا الاستنباط⁽³⁾ ونلاحظ أخيراً أن القضايا المركبة - التي عرفنا معناها في الفصل السابق، وما تحوى من ثوابت ومتغيرات ومصطلح رمزي ودالات صدق - هي نقطة البدء في هذه النظرية.

٢٧- الاستنباط:

يعرف رسل الاستنباط بأنه العلمية التي ننقل بواسطتها من معرفة قضية - كمقدمة - إلى معرفة قضية أخرى - كنتيجة، وأن يستلزم هذا الانتقال وجود علاقة أو علاقات معينة بين المقدمات كأساس للوصول إلى النتيجة، والعلاقات المنطقية متعددة، أكثرها أهمية علاقة التضمن، أو ما نعبر عنها بقياس شرطى متصل. لقد كانت هذه العلاقة هي الأساسية والوحيدة في كل استنباط في المنطق التقليدي. لكن رسل يصرح أن حساب القضايا يقدم لنا علاقات منطقية أخرى، كما يقدم نماذج من الاستنباط غير القياسى⁽⁴⁾. حين نقول أن علاقة التضمن علاقة منطقية أساسية، لا تعنى أن أغلب قضايا المنطق تتخذ الصورة (أ تتضمن ب)، وإنما تعنى أن كثيراً من قوانين المنطق يمكن ردها إلى هذه الصورة: فإذا قلنا "إذا صدقت القضية "أ" فكذبت القضية المناقضة لها "ب"، كأننا نقول ("أ" صادقة تتضمن لا - "أ" كاذبة)، وإذا قلنا أن القضية الكلية السالبة تعكس إلى كلية سالبة، كأننا نقول، (لا "أ" هو "ب") تتضمن (لا "ب" هو "أ").

(3) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 42, 48.

(4) Russell, I. M. P., pp. 145 - 6.

٢٨- الأفكار الأولية والتعريفات

أ- نظرية حساب القضايا أول خطوة من خطوات تطبيق المنطق الاستنباطي في المنطق على نحو تام، وتبدأ بوضع عدد معين من الحدود الأولية، وعدد معين آخر من التعريفات، وعدد معين ثالث من المقدمات الأولية منذ البدء، نستنبط منها قضايا أخرى نسميها (نظريات) theorems، مع الاستعانة بما يسمى (قواعد الاشتقاق) أو (قواعد الاستدلال). حيث نبدأ بالحدود الأولية أو (الأفكار الأولية) Primitive notions. نسميها (أولية) لأننا نأخذها بلا تعريف، وقد رأى أصحاب البرنكيا أن نبدأ النسق المنطقي بفكرتين لا معرفتين هما السلب والفصل^(٥) وجعلوا من هاتين الفكرتين أوليتين، ليس لأنهما تسندهما ضرورة منطقية أو أساس قبلي، وإنما لأنهما أكثر وضوحا وبساطة من غيرهما من الأفكار^(٦)، وبالرغم من أن السلب والفصل أوليان، فإنه يمكن شرحهما، وقد شرحناهما حين تحدثنا عن الثوابت ودالات الصدق في الفصل السابق.

ب- بعد الأفكار الأولية، تأتي (التعريفات) definitions؛ وقد أعطى أصحاب برنكيا تعريف الثوابت المنطقية الباقية بعد السلب والفصل، وهي الربط والتضمن والتكافؤ، وقد أوردناها فيما سبق^(٧) ونقدم الآن هذه التعريفات في صورة رمزية:

تعريف الربط: "(ق.ل) = (- (-ق - ل))": ((-ق - ل) = (- (-ق - ل) - (-ق - ل))"

(٥) لقد جعل فريجة السلب والتضمن أفكارا لا معرفة في نسقه لحساب القضايا، انظر الفقرة ٥٨ ب،

ولبيان سبع أفكار أولية، انظر الفقرة ٤٦ ب؛ انظر أيضا: Principia, I, p. 12.

(٦) Principia, I, p. 12.

(٧) انظر الفقرة ٧١.

تعريف التضمن: "ق \supset ل = - (ق - ل)" : "(ل - ق) \supset - (ل - ق)"
 تعريف التكافؤ: ق \equiv ل = [(ق \supset ل) . (ل \supset ق)]
 [(ق) \equiv ل] : [(ق) \equiv ل] = [(ق \supset ل) . (ل \supset ق)]^(٤).

نلاحظ أن أصحاب البرنكبيا يميزون بين ما يسمونه (التضمن المادي) material implication وما يسمونه (التضمن الصوري) formal implication والتضمن المادي هو التضمن السابق ذكره آنفاً، وسوف يرد ذكر التضمن الصوري فيما بعد.

ج- التقى رسل عام ١٩١٤ في جامعة هارفارد بشيفر shefer الذى اقترح عليه إمكان رد الفكرتين اللامعرفتين في نسق برنكبيا إلى فكرة واحدة أولية يمكننا بواسطتها تعريف السلب والفصل وسائر الثوابت، هى فكرة عدم الاتساق incompatibility ورمزها (/) وتتخذ دالة الصدق التى تحويها (ق/ل) (p /q) ونقرؤها (ق غير متسقة مع ل)؛ تصدق هذه الدالة إذا كذبت إحدى القضيتين أو كلاهما، وتكذب إذا صدقتا معا، قاعدة هذه الدالة - بعبارة أخيرة - هى ألا تصدق القضيتان معا وأنه يجب أن تكون إحداهما على الأقل كاذبة. لقد اقتنع رسل بوجاهة التعديل وأشار على شيفر بإعادة كتابة برنكبيا فى ضوء التعديل، لكن شيفر لهم يفعل بل فعلها رسل فى كتبه التالية ولقد رد رسل نفسه دالات الصدق الأربعة الأساسية إلى دالة عدم الاتساق كما يلي:

(١) ق/ق: (p / p): تعني أن القضية ق غير متسقة مع ذاتها ومن ثم كاذبة. وتلك هي الصورة الجديدة لدالة التناقض (- ق).

⁽⁸⁾ Principia, I, pp. 8-9.

(٢) $ق / (ل / ل) : (ق / ق) / p$: تعنى أن "ق" لا تتسق مع كذب "ل"، ومن ثم تصبح الصورة الجديدة لدالة التضمن $ق \supset ل$.

(٣) $(ق / ق) / (ل / ل) : (ق / ق) / (ل / ل)$: وتعنى عدم اتساق كذب القضيتين "ق" و "ن"، أى إذا كذبت إحداهما وجب أن تصدق الأخرى (على افتراض أن الدالة صادقة)، وتلك صورة دالة الفصل "ق" \vee "ل".

(٤) $(ق / ل) / (ق / ل) : (ق / ل) / (ق / ل)$: وتعنى أن عدم اتساق ق، ل غير متسق، أى أن من الكذب أن يكونا غير متسقين، أى أنه يجب أن تصدقا معا (على افتراض أن الدالة صادقة)، وتلك صورة دالة الربط ق.ل^(٩).

٢٩- القضايا الأولية:

ب- بعد الأفكار الأولية والتعريفات، تأتى القضايا الأولية primitive propositions. (يجب افتراض بعض قضايا بلا برهان، حيث يبدأ كل استدلال من قضايا سبق لنا تقريرها..... تسمى هذه القضايا (القضايا الأولية)^(١٠). نسلم بها، وهى مبادئ النسق أو مصادراته (ولا تميز الآن بين مبدأ axiom ومصادرة Postulate بعد أن اتضح معنى النسق الاستنباطى فى الهندسة): هذه القضايا الأولية أو المصادرات هى مقدماتنا لاستنباط قضايا أخرى أو ما نسميها نظريات النسق. إن القضايا الأولية - كالأفكار الأولية - أمر اختياري، لا تسنده ضرورة منطقية ويمكن لنسق آخر إقامة مصادرات مختلفة؛ ويجب أن تتوافر فقط فى المصادرات عند أصحاب البرنكيبا ما يلى: أن تكون

^(٩) انظر : Principia, I, pp. Xvi- xvii أيضا:

I. M. P., p. 148; Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 210-11.
^(١٠) Principia, I, p. 12.

قليلة العدد ما أمكن، وأن تكون خالية من التناقض فيما بينها وألا تتناقض مع ما يشتق منها من نظريات، وأن تكون كل منها مستقلة عن الأخرى بمعنى ألا تشتق إحداها من أخرى، وأن تكون المجموعة كافية adequate لإمكان اشتقاق قضايا صادقة منها^(١١).

ب- نلاحظ أن عدد القضايا الأولية في برنكيا لم يكن ثابتاً، إذ نجدها سبعة في مقدمة الطبعة الأولى، وإحدى عشر قضية في داخل الكتاب في الجزء الأول^(١٢) بينما نجدها خمسة في كتاب مقدمة الفلسفة الرياضية (١٩١٩)، ويبدو أن التعديل الأخير جاء بعدما اكتشف رسل أن المجموعتين السابقتين للمصادر في برنكيا أضافت إلى نسق حساب القضايا بعض القضايا الأولية لحساب دالات القضايا ونورد المصادر الخمسة فيما يلي:

(١) $(q \vee q) \supset q$: إذا كانت "ق" صادقة أو "ق" صادقة فإن "ق" صادقة؛ وتسمى هذه القضية الأولية (مبدأ تحصيل الحاصل) Principle of tautology.

(٢) $(q \vee q) \supset (p \vee q)$: إذا كانت "ل" صادقة فإن القضية المركبة (ق صادقة أو ل صادقة) تكون صادقة؛ أى تصديق دالة الفصل حين تصدق إحدى القضايا المؤلفة لها؛ وتسمى (مبدأ الجمع) Principle of addition.

(٣) $(q \vee l) \supset (l \vee q)$: (ق ل) : وتسمى (قانون تبادل المواضع للجمع المنطقي بين القضايا) Premeditative law for logical addition.

(١١) Ibid., pp. 12-13.

(١٢) Ibid., pp. 12-13, 94-7.

(٤) $[p \vee (q \vee r)] \supset [q \vee (p \vee r)] : [(m \vee q) \vee l] \supset [(m \vee l) \vee q]$ وتسمى

Associative law for logical

.addition

(٥) $(l \supset m) \supset [(q \vee l) \supset (q \vee m)] [(m \vee q) \supset (l \vee q)] \supset (m \supset l)$ وهو (مبدأ

الإضافة) Principle of summation^(١٣).

نلاحظ أن قوانين الفكر الثلاثة الأساسية في المنطق التقليدي سوف

تستنبط من تلك المصادرات.

٨٠- قضايا أخرى هامة:

بعد الأفكار الأولية والتعريفات والقضايا الأولية في حساب القضايا، يقيم

أصحاب البرنكيا نظريات منطقية مستنبطة من تلك البدايات، مع الاستعانة بقواعد

الاستدلال؛ وقبل أن يقدموا ذلك، يقيمون عدة أنواع من القضايا نختار منها ما يلي:

أ- (قضايا بسيطة) يقول عنها برنكيا أنها (خصائص أساسية بالغة الأهمية

لقضايا تبدو في الاستدلالات)، نجتزئ منها ما يلي:

(١) قانون الثالث المرفوع، وصيغته $(q - q)$ ، ونقرؤها: إما أن تكون القضية "ق"

صادقة أو كاذبة.

(٢) قانون عدم التناقض، وصيغته $(- (q - q))$ ، من التناقض أن تكون

القضية "ق" صادقة وكاذبة معا.

(٣) قانون السلب المزدوج وصيغته $q \equiv - (-q)$ ، $p \equiv \text{صدق القضية ق}$

يكافئ تقرير أن من الكذب أن تكون "ق" كاذبة.

^(١٣) Ibid., pp. 12-4, 96-7. انظر أيضا:

I. M. P., p. 150.، قارن مصادرات نسق حساب القضايا عند فريجة في الفقرة ٥٩ د.

(٤) (مبدأ نفى المقدم) Principle of transposition^(١٤)، ويعنى أنه إذا كانت ق

تتضمن ل فإن لا - ل تتضمن لا - ق؛ وللمبدأ صور عديدة يذكر برنكيا ثلاثة

منها:

$$(أ) (ق \supset ل) \equiv (ل - \supset - ق)$$

$$(ب) (ق \equiv ل) \equiv (- ق \equiv - ل)$$

$$(ج) [(ق \cdot ل) \supset م] \equiv [م \supset (ق \cdot ل)]$$

(٥) قانون تحصيل الحاصل^(١٥) وله صورتان:

$$أ - ق \equiv (ق \cdot ق)$$

ب - ق \equiv (ق \vee ق). نلاحظ أن هذا القانون ونتائجه يميز جبر المنطق من

الجبر العددي^(١٦)

(٦) قانون الامتصاص law of absorption: $(ق \supset ل) \equiv [ق \equiv (ق \cdot ل)]$ ؛ يسمى

بالامتصاص لأنه إذا كانت "ق" تتضمن "ل" فإن "ق" تمتص "ل" عند

الربط^(١٧).

(١٤) وجدنا صعوبة في ترجمة هذه العبارة الواردة في برنكيا ترجمة دقيقة، عبارة (تبادل المواضع) هي الترجمة

الحرفية لكنها لا تدل على معنى المبدأ. (نفى المقدم) ترجمة مستوحاة من شرح برنكيا بحيث يتسق مع المصطلح المستخدم في المنطق التقليدي للدلالة على القياس الشرطى المتصل من صورة نفسى المقدم (حالة الرفع). إننا نقبل هذه الترجمة بتردد، لأن بعض القضايا المشتقة من المبدأ لا تتخذ صوره نفسى المقدم، وإنما تتخذ أيضا صيغة عكس لنفيس

(١٥) يميز برنكيا بين مبدأ تحصيل الحاصل وقانون تحصيل الحاصل فالثانى اخص من الأول

يقارن بول انظر الفقرات ٢٧، ٢٧، ٣٥.

Principia, I, pp. 13-4.

(١٦) انظر

ب- قضايا يسميها أصحاب البرنكيبيا (نتائج مباشرة للقضايا الأولية) ويبرهنون عليها، نذكر منها ما يلي:

(١) مبدأ التبسيط principle of simplification، وصيغته $L \supset (Q \supset L)$.

(٢) مبدأ نفى المقدم (?) ويتخذ الصورة التالية:

$$(أ) (Q \supset L) \supset (L \supset Q)$$

$$(ب) [(Q \supset L) \supset L] \supset [L \supset (Q \supset L)]$$

$$(ج) (L \supset Q) \supset (Q \supset L)$$

(٣) مبدأ تبادل المواضع Commutative principle وصيغته:

$$[(Q \supset L) \supset (L \supset Q)]$$

(٤) مبدأ القياس، وله صور عديدة منها:

$$أ- (L \supset M) \supset [(Q \supset L) \supset (Q \supset M)]$$

$$ب- (Q \supset L) \supset [(L \supset M) \supset (Q \supset M)]$$

ويقول أصحاب البرنكيبيا أن هاتين الصورتين مصدر الضرب الأول من الشكل الأول في القياس التقليدي.

(٥) (مبدأ الهوية)، وصيغته: $Q \supset Q$ ، وتعني أن أي قضية تتضمن ذاتها.

(٦) (برهان الخلف) Principle of the reductio absurdum، وصيغته:

$$[Q \supset (Q \supset L)] \supset Q، وتعني أنه إذا تضمن صدق قضية كذبها، فهي كاذبة^(١٨)$$

(18) Ibid., pp. 98 – 100.

ج- قضايا مشتقة من دالة الربط، وهى موضوع برهان فى برتكيبيا نذكر

منها:

$$(1) \text{ ق } \supset [\text{ل} \supset (\text{ق} \cdot \text{ل})]$$

$$(2) (\text{ق} \cdot \text{ل}) \supset \text{ق}$$

$$(3) \text{ل} \supset (\text{ق} \cdot \text{ل})$$

د- قضايا مشتقة من دالة التكافؤ، وهى موضوع برهان أيضا، نذكر منها:

$$(1) (\text{ق} \equiv \text{ل}) \equiv (\text{ل} \equiv \text{ق})$$

$$(2) (\text{ق} \equiv \text{ل}) \cdot (\text{ل} \equiv \text{ق}) \supset (\text{ق} \equiv \text{ق})$$

$$(3) (\text{ق} \cdot \text{ل}) \equiv (\text{ل} \cdot \text{ق})، وتسمى هذه الصيغة (قانون تبادل المواضع للضرب$$

المنطقى). Commutative law for the product of prop.

$$(4) (\text{ق} \vee \text{ل}) \equiv (\text{ل} \vee \text{ق})، وهو قانون تبادل المواضع للجمع بين القضايا.$$

$$(5) [(\text{ق} \cdot \text{ل}) \cdot \text{م}] \equiv [(\text{ق} \cdot \text{م}) \cdot \text{ل}]، وهو (قانون الترابط للضرب بين$$

القضايا).

$$(6) [(\text{ق} \vee \text{ل}) \vee \text{م}] \equiv [(\text{ق} \vee \text{م}) \vee \text{ل}]، وهو (قانون الترابط للجمع بين$$

القضايا)^(١٩).

(٧) (قانون التوزيع) the distributive law، وله صورتان:

$$\text{أ- } \text{ق} \cdot (\text{ل} \vee \text{م}) \equiv (\text{ق} \cdot \text{ل}) \vee (\text{ق} \cdot \text{م})$$

$$\text{ب- } \text{ق} \vee (\text{ل} \cdot \text{م}) \equiv (\text{ق} \vee \text{ل}) \cdot (\text{ق} \vee \text{م})^{(20)}$$

⁽¹⁹⁾ Ibid., p. 110.

⁽²⁰⁾ Ibid., p. 116.

٨١- قواعد الاستدلال:

أ- يضع برنكيا قاعدتين لاستدلال قضايا (أو نظريات) من القضايا الأولية، وهما قاعدة التعويض substitution، وقاعدة إثبات التالي modus ponens أو detachment. (١) تقوم قاعدة التعويض على استبدال صيغة رمزية بصيغة أخرى تساويها في قيمة الصدق، ومن ثم نحصل على صياغة للصورة الأولى يمكننا من استنباط قضايا أخرى. خذ مثالا: إذا كانت صيغة قانون الثالث المرفوع هي (ق \vee -ق)، أمكننا أن نعوض عن ق بالصيغة ق \vee -ق، ومن ثم نحصل على الصيغة الجديدة (ق \vee -ق) \vee - (ق \vee -ق). مثال آخر: إذا كانت صيغة مبدأ الهوية ق \supset ق، فإنه إذا عوضنا عن ق بالصيغة ق \vee ل، وصلنا إلى مبدأ آخر هو ق \vee ل \supset ق \vee ل. (٢) قاعدة إثبات، ويسمى بعضها بعض المناطق (مبدأ القياس)^(٢١)، وصيغته.

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{ق} \supset \text{ل})] \supset \text{ل}$$

ب- نلاحظ أن القضايا الأولية والقضايا المستنتجة منها جميعا سميت بعد برنكيا (تحصيلات حاصل) tautologies أو قضايا تحليلية، وهى الصيغ الرمزية التى تتألف من متغيرات وثوابت فقط، وتكون صادقة دائما صدقا منطقيا فى كل قيم المتغيرات، وكان الغرض من نظرية حساب القضايا تحديد تلك الصيغ حيث ينتقل أصحاب البرنكيا - بعد وضع اللا معارف والتعريفات والقضايا الأولية وما يلزم عنها إلى اشتقاق نظريات منطقية أو صيغ صادقة صدقا منطقيا وتكتفى هنا بما قلناه فى

(21) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 45- 6.

حساب القضايا دون ذكر هذه النظريات^(٢٢)، حيث أن غرضنا الأساسي هنا هو الإشارة إلى أصول أى نظرية من نظريات المنطق الرمزى لا ذكر التفاصيل بتمامها.

٨٢- حساب القضايا بعد برنكيبيا:

أ- يسعى حساب القضايا فى برنكيبيا كما كان الحال عند فريجة - كما أشرنا - إلى إقامة صيغ تحليلية أو تحصيلات حاصل، وأن كل القضايا المشتقة مباشرة من القضايا الأولية فى نسق الحساب إنما هى من هذا النوع من الصيغ حين استنبط أصحاب البرنكيبيا نظريات حساب القضايا، فعلوا ذلك على نموذج البرهان الهندسى؛ وتصبح هذه النظريات هى الأخرى صيغاً تحليلية أو تحصيلات حاصل. لكن أمكن لبعض المناطق أن يبتكروا طريقة أخرى - غير البرهان الهندسى - للبرهان على أن صيغة ما صيغة تحليلية بالمعنى السابق ونعنى بها طريقة (قوائم الصدق) - truth tables، وهى طريقة تتوصل إلى القضايا المنطقية الصادقة دائماً دون حاجة إلى اشتقاق من مبادئ أو قضايا أولية. ويرجع الفضل فى ابتكار هذه الطريقة إلى فتجنشتين وبوست E. L. Post عام ١٩٢٠، وتوصل إليها كل منهما مستقلاً عن الآخر، كما توصل إليها أيضاً لوكاشيفتش فى نفس الوقت تقريباً مستقلاً عنهما.^(٢٣) كان الغرض من هذه القوائم إعطاء معنى محدد للثوابت المنطقية حين تربط بين قضايا، وهو

(٢٢) نجد أمثلة لبعض هذه النظريات والبرهان عليها فى:

زكى نجيب محمود: المنطق الوضعى: ج ٢، ص ١٢٣-١٢٥.

محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياض، ص ١٤١-١٤٢.

(٢٣) انظر: Wittgenstein, Tractatus, 4. 31, 4. 442, 5. 101؛ وأيضاً:

Post, Introduction to a General Theory of Elementary Propositions), in The American Journal of Mathematics, xliii, 1921.

Kneale, The Development of Logic, p. 532.

وأيضاً :

نفس المعنى الذى وضع أصوله فريجة وأصحاب البرنكيبا. خذ أولاً مثلاً لقائمة صدق.
حتى يصبح شرحنا لها من بعد سهلاً، وهو دالة صدق تعبر عن قياس شرطى متصل
فى صورة نفى المقدم (حالة الرفع):

$$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{ل} -)] \supset (\text{ق} -)$$

ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص
ك	ص	ص	ص

نلاحظ على قائمة الصدق ما يلى: (١) لدينا متغيران ق، ل يرمز كل منها
إلى قضية لا إلى حد، وخمس ثوابت: تضمنان، ربط، سالبان. الدالة الأولى - وهى
دالة تضمن - مرتبطة مع الدالة الثانية - وهى دالة سلب - بثابت الربط؛ وارتبطت
الدالتان السابقتان مع الدالة الثالثة - وهى دالة السلب الأخيرة - بثابت التضمن.
ويدل القوس الصغير على دالة صدق واحدة، ولدينا من هذه الأقواس ثلاثة، يدل
القوس الكبير - وهو هنا قوس واحد - على دالة صدق مركبة. (٢) لكل قضية قيمتا
صدق: صدق وكذب، ومن ثم فإن بدالة الصدق التى بها قضيتان أربع قيم للصدق:
ونرتب قيم الصدق فى دالة ذات متغيرين هكذا:

صادق - صادق

صادق - كاذب

كاذب - صادق

كاذب - كاذب

وقد رمزنا للصادق بالحروف (ص)، وللكاذب بالحرف (ك) (ويرمز لها في الإنجليزية بالحرفين F, T وفي الفرنسية بالحرفين F, v على التوالي). (٣) نعطي أولاً قيمة صدق الدالة الأولى (ق \supset ل) على أساس تعريفنا للتضمن ونعطي ثانياً قيمة صدق الدالة الثانية (ل -) على أساس تعريفنا للسلب، ثم نعطي ثالثاً قيمة صدق الدالة المركبة منهما على أساس تعريفنا للربط، ونعطي رابعاً قيمة صدق الدالة الأخيرة (ق -)، ثم نعطي أخيراً قيمة صدق الدالة المركبة مع الدالة الأخيرة على أساس أن بينهما تضمناً. (٤) يرجع هذا الترتيب في استخراج قائمة صدق الدالات في مثالنا فصدق الدالات في مثالنا يرجع إلى أن الثابت الرئيسى main Constant هو التضمن الثانى والثابت المنطقى الرئيسى هو ما له أوسع المجالات، وهو ما لا يمكن إجراؤه إلا في نهاية الأمر، ويمكن مقارنة الثابت الرئيسى في دالة ما بالفعل الرئيسى في قضية مركبة، وتساعدنا الأقواس الكبيرة على إدراك الثابت الرئيسى، ومن ثم يجب فك الأقواس الصغيرة قبل الكبيرة. (٥) ترشدنا قائمة الصدق التي استخرجناها إلى التمييز بين الصيغ التحليلية أو الصادقة دائماً، والصيغ المتناقضة أو الكاذبة دائماً؛ والصيغ الحادثة contingent formulae التي تحتل الصدق أو الكذب؛ وتكون الصيغة صادقة دائماً، إذا كانت نتيجة القوائم (ص) في كل قيم الثابت الرئيسى، وتكون الصيغة متناقضة أو كاذبة دائماً إذا كانت نتيجة القوائم هي (ك) في كل قيم الثابت الرئيسى، وتكون الصيغة حادثة أى صادقة أحياناً إذا كانت نتيجة بعض القوائم (ص) ونتيجة بعضها الآخر (ك) تحت الثابت الرئيسى. فإذا نظرنا إلى المثال السابق وجدنا أنه يدل على صيغة تحليلية صادقة دائماً.

ب- نلاحظ أن فيلون الميغارى عرف احتمالات الصدق والكذب لصيغة التضمن فقط، وأن فريجة عرف الاحتمالات الأربعة لصيغة ذات متغيرين تحوى ثابت

التضمن والثوابت الأخرى، وأن أصحاب البرنكيبا لم يستخدموا هذه الاحتمالات في الكشف عن الصيغ التحليلية وإنما كشفوا عن هذه الصيغ بسلسلة برهانية محكمة على نموذج الهندسة؛ فلما جاء فتجنشتين وبوست خطوا خطوة أكثر تطوراً بإثبات الصيغ التحليلية - في نسق برنكيبا وأى نسق آخر - لا باشتقاقها من لا معرفات وتعريفات ومصادرات، وإنما بطريق قوائم الصدق. نلاحظ أن رسل استخدم في عام ١٩١٨ (قوائم الصدق) دون استخدام هذا التعبير، حين أراد إعادة شرح دالات الصدق، وضرب مثلاً بدالة الفصل وكتب قائمة صدقها على النحو التالي:

((ص ص ص ك ك ص ك ك

ص ص ص ص ك))

وقال إن السطر الثاني يحدد قيم صدق دالة الفصل؛ قد يكون رسل قد توصل إليها بنفسه، وقد يكون فتجنشتين قد توصل إليها مبكراً عام ١٩١٢ أو ١٩١٣ حين كان طالبا في كمبردج وأخذها رسل عنه وقتئذ^(٢٤).

ج- لم يقتصر تطوير المنطق بعد برنكيبا على قوائم الصدق، بل تعدى ذلك إلى مناقشة نسقه المنطقي كله. لقد أشرنا من قبل إلى التعديل الذي اقترحه شفر في ابتكار فكرة واحدة أولية ترد إليها الفكرتان الأوليتان في برنكيبا، نشير الآن إلى أن نيكود Nicod اقترح عام ١٩١٧م رد المصادرات الخمسة في برنكيبا إلى مصادرة واحدة تقوم على فكر شفر. ومن جهة أخرى، أبان برنيز Bernays عام ١٩٢٦م أن المصادرة الرابعة في برنكيبا لفوا إذ يمكن اشتقاقها من المصادرات الرابعة الأخرى. لكن كان قد سبق لبعض المناطق منذ ١٩٢٠ أن عكفوا على مقارنة أنساق فريجه

(٢٤) أنظر:

ورسل ووايتهد والخروج منهما بنسق جديد - ومن هؤلاء لوكا شيفتش، لكن حين فعل هذا، كان لا يزال نسق برنكيبا يستمتع بجاذبيته لبساطته أكثر من نسق لوكاشفتس. نلاحظ أخيراً أن نسقاً جديداً من المصادرات لحساب القضايا ظهر عام ١٩٣٤م على أيدي هلبرت وبرنيز، أكثر طولاً من الأنساق السابقة ومن ثم أقل بساطة، لكنه أصبح أكثر ثراءً^(٢٥).

(٢٥) نجد بعض تفصيل لنسق هلبرت وزميله في كتاب:

Kneale, op. Cit., pp. 526 – 527.

الفصل الخامس عشر

منطق رسل ووايتهد (٣)

نظرية دالة القضية

٨٣ - مقدمة :

يشمل المنطق الرمزي نظريات أربعة: حساب القضايا، حساب المحمول
Predicate Calculus، حساب الأصناف، حساب العلاقات. للنظرية الأولى سبقها
المنطقي وإن تأخرت صياغتها في الزمن، إذ انتظرت فريجة ليضع أصولها! لها سبق
المنطقي بمعنى (١) أن موضوعها وضع قواعد الاستنباط وهو لازم للنظريات الثلاثة
الأخرى، (٢) بالرغم من أن لكل من النظريات الثلاثة الأخرى نسقها الاستنباطي
المستقل من لا معارف وتعريفات ومصادرات وبالرغم من أن لكل منها مصطلحها
الرمزي المستقل، فإنها جميعا تستخدم جزءا كبيرا من النسق الاستنباطي لنظرية
حساب القضايا وقوانينه، كمقدمات، نلاحظ من جهة أخرى أن حساب القضايا يتناول
القضية ككل، دون تمييز بين حدودها كما أنه لا يتناول (السور) في القضية، أي ما
يدل على كم موضوعها؛ بينما تسد نظرية حساب المحمول هذين النقصين، إذ تضع
تحليلا جديدا لعناصر القضية ومن ثم تلقى ضوءا على أنواع من القضية غير القضية
الحملية، كما تضع تحليلا جديدا لسور القضية، ويفسح مصطلحها الرمزي مجالا لتلك
العناصر والأسوار.

ويرجع الفضل إلى فريجة أيضا في وضع أصول هذه النظرية، وإن كان بيرس قد عرف بعض أفكارها متفرقات ومرتبطة بمنطق جبر الأصناف، غير أنه لم يقمها نظرية مكتملة في حساب منطقي مستقل عن جبر الأصناف. ونلاحظ أن رسل وأصحاب البرنكيا حين كانوا يتحدثون عن نظريات المنطق الرمزي كانوا يذكرون ثلاثة: حساب القضايا وحساب الأصناف وحساب العلاقات^(١) لكنهما طورا في واقع الأمر نظرية حساب المحمول تحت عنوان آخر هو (نظرية المتغيرات الظاهرة) Theory of Apparent Variables^(٢) ولن نتناول هنا بتفصيل هذه النظرية في برنكيا، لأنها تقوم على نموذج حساب القضايا، وقد ذكرنا طرفا من النظرية الأخيرة في الفصل السابق، وإنما نكتفي بشرح مفصل للفكرة الأساسية التي تقوم عليها نظرية حساب المحمول، وهي فكرة (دالة القضية) Propositional Function.

٨٤- تعريف دالة القضية:

سبق لفريجة أن أدخل فكرة الدالة والحجة في المنطق كأساس لوضع أصول نظرية حساب المحمول^(٣)؛ ولقد سبق لبيانو أن عرف دالة القضية وبحثها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادئ منطقية ويقال أن رسل عرف دالة القضية أولا من بيانو واستفاد بمواقفه حين كتب مبادئ الرياضيات، لكنه طور الفكرة كما طور

(١) Russell, Principles of Mathematics, p. 11.
Principia, I, p. 88.

وأيضا:

(٢) Principles, chs. 7,8. وأيضا: Principia, I, pp. 127-186، لنظرية المتغيرات الظاهرة أو لحساب المحمول أسماء أخرى مثل (حساب دالات القضايا) Functional calculus of Propositional Logic، أو (منطق التسوير) Quantificational Logic، انظر: A. N. P. Jor, Formal Logic, p. 73.

(٣) انظر الفقرة ٥٦.

مبادئ حساب المحمول أكثر مما فعل فريجة وبيانو ويعرف رسل دالة القضية بأنها (تعبير يحوى عنصرا أو أكثر غير محدد، بحيث نعطي قيمة لهذه العناصر فيصبح التعبير قضية؛ دالة القضية - بعبارة أخرى - دالة قيمتها قضية)⁽⁴⁾. (هـ إنسان) دالة قضية لا قضية، ولا معنى لها بمفردها وليست صادقة ولا كاذبة؛ لكنها تكتسب معنى وتحتل الصدق والكذب حين نعطي قيمة للمتغير: (سقراط إنسان) قضية صادقة، بينما (هرم خوفو إنسان) قضية كاذبة. خذ أمثلة أخرى لدالات القضايا: كل قوانين الجبر دالات قضايا مثل (أ + ب) = أ + ب، والصيغ الرمزية للتصنيف الرباعي للقضية الحملية في المنطق التقليدي مثل (كل أ هوب)، (لا أ هوب) ... إلخ دالات قضايا. لكن يجب ألا نخلط بين دالة الصدق الثانية كصورة رمزية للقضية المركبة التي تحوى ثابتا منطقيا، بينما دالة القضية صورة رمزية لأي قضية بسيطة أو مركبة، ومن ثم دالة القضية أعم من دالة الصدق واشمل، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق دالات قضايا، لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق.

٨٥ - مجال قيم الدالة:

لكي نحيل أي دالة قضية إلى قضية، يجب إعطاء المتغير فيها قيمة؛ ويسمى أصحاب البرنكيا كل القيم الممكنة للمتغير في دالة ما (مجال قيم الدالة range of values of function، ويرون أن لقيم الدالة ثلاث حالات: (١) أن تكون القضية (صادقة دائما) always true أى صادقة في كل قيم متغيراته؛ أو (٢) أن تكون القضية (صادقة أحيانا) sometimes true أى صادقة في بعض قيم متغيراتها، أو صادقة في قيمة واحدة على الأقل من قيم متغيراتها؛ أو (٣) أن تكون القضية (كاذبة

(4) I. M. P., pp. 155-6.

دائماً) أى كاذبة فى كل قيم متغيراتها^(٥). ويستنبط رسل من هذه النقطة نقطة أخرى تتعلق بالقضايا الموجهة فى المنطق التقليدى، لقد صنف هذا المنطق القضايا الموجهة modal Propositions إلى ثلاث أنواع: قضية ضرورية وقضية ممكنة وقضية مستحيلة، لكن رسل رأى أن هذا التصنيف فاسد لأننا لا نقول عن القضية إنها ضرورة أو ممكنة أو مستحيلة، وإنما نقول فقط إنها صادقة أو كاذبة؛ إن الضرورة والإمكان والاستحالة - عند رسل - خصائص لدالة القضية، لا للقضية. ولقد ربط بين هذه النقطة والنقطة السابقة بقوله أن دالة القضية الصادقة دائماً دالة ضرورية، وأن دالة القضية الصادقة أحياناً دالة ممكنة، وإن دالة القضية الكاذبة دالة مستحيلة^(٦).

٨٦- المصطلح الرمزى لحساب الدالات:

أ- يضع أصحاب البرنكيبا ثلاثة أنواع من الرموز لحساب دالات القضايا:

(١) رموز للمتغيرات الفردية individual Variables، وترمز إلى أسماء الأعلام أو الأفراد، وهى الحروف x, y, z ، ونستبدل بها فى العربية الحروف هـ، و، ى على التوالى، (٢) رموز للدالات predicate variables، وترمز إلى المحمولات، وهى الحروف اليونانية التى تقابل الحروف الإنجليزية F, G, H, I, J ، إلخ، ونستبدل بها هنا فى العربية د، ذ، ر، ز على التوالى، (٣) رمزان يشير أحدهما إلى السور (كل) ويسمى (السور الكلى) Universal quantifier، ويشير الثانى إلى (بعض) ويسمى (السور الوجودى) existential quantifier ويستخدمون الرمز (X) ليبدل على السور الكلى، ونستخدم هنا الحرف ك، والرمز $(\exists x)$ ليبدل على السور الوجودى،

^(٥) Principia, I, p. 15.

^(٦) I. M. P., p. 165; Logic and Knowledge, P. L. A., p. 231.

ونستخدم هنا الحرف ح^(٧). افرض أن لدينا قضية شخصية مثل (سقراط فيلسوف) ، وأردنا كتابتها وفق المصطلح الرمزي لحساب الدالات، فإننا نضع رمز المحمول قبل رمز الموضوع، وتصبح الصيغة (د هـ) (F x)؛ تصبح القضية (سقراط فقير) (ذ هـ) (g x) ، (أفلاطون فيلسوف) (د و) (F y) ، وهكذا. نقرأ السور الكلى ك (x) (فى كل قيم هـ ...)، ونقرأ السور الوجودى ح (∃ x) (يوجد شىء واحد على الأقل مما يكون).

ب- يبدأ حساب الدالات بفكرتين أوليتين هما (صادق دائما) ، أو (صادق فى كل الأحيان)؛ (صادق أحيانا) أو (صادق فى بعض الحالات)؛ ومن الواضح أننا نعبر عنهما بالكلمتين كل ، بعض. إننا نبدأ بهاتين الفكرتين بلا تعريف؛ ثم نستخدمهما فى تعريف الأفكار الأخرى: الأفكار المأخوذة من حساب القضايا - وهى السلب والربط والتضمن والتكافؤ؛ ونسوق الآن مثلا واحدا على تعريفات البرنكيبا فى هذا الحساب - تعريف الدالة السالبة:

$$- (ك) (د هـ) = (ح) (- د هـ):$$

$$(- f X) (\exists X) = (F x) (X) - (٨)$$

تعنى الصيغة الأولى على يمين علامة المساواة أن (من الكذب أن نقول عن كل قيم هـ، أن هـ توصف بالصفة د)، وتعنى الصيغة الثانية - وهى التعريف - (يوجد شىء واحد على الأقل هـ مما لا يتصف بالصفة د) وهما متكافئتان. أما مصادرات حساب الدالات وقضاياها فهى نفس مصادرات حساب الدالات وقضاياها فهى فى

(٧) لقد أصاب تارسكى حين استخدم الحرف A بدلا من (X) للرمز إلى السور الكلى لكى يميزه عن رمز المتغير الفردى، انظر:

Tarski, Introduction to logic, p. 10.

(٨) Principia, I, pp. 15- 16, 127. Ff.

نفس مصادرات وتحصيلات حاصل حساب القضايا صيغت في المصلح الجديد: أى
نستبدل الرمز (د هـ) Fx بالرمز "ق" (P)، والرمز (ذ هـ) $(g \ x)$ بالرمز ل (q)،
وهكذا.

٨٧- دالة القضية والقضية الحملية:

أ- نتحدث في هذه الفقرة عن موقف رسل من القضية الحملية. لقد صنف
المنطق التقليدي القضية الحملية تصنيفا رباعيا إلى قضية كلية موجبة
وكلية سالبة وجزئية موجبة وجزئية سالبة، ورأى أن القضية الكلية من
بين القضايا الحملية، وأنها تنطوي على تقرير وجود واقعى لأفراد
موضوعها، وأن التصنيف الرباعى السابق يمثل أبسط أنواع القضايا. وقد
أشرنا من قبل إلى حكم فريجة على هذا التصنيف بالفساد، وقلنا أيضا
إنه أدرك أن القضية الكلية ليست حملية وأنها فى الحقيقة شرطية
متصلة^(٩). لم يعلق رسل بشىء - فيما نعلم - على موقف فريجة من
فساد التمييز التقليدى بين الأنواع الأربعة السابق ذكرها للقضية
الحملية، لكن رسل عرف مؤخرا أن القضية الكلية ليست حملية، وأنها
تنطوي على علاقة بين محمولات، وأنها فى حقيقتها شرطية متصلة
وأنها لا تقرر وجودا واقعى. وقد أضافها رسل إلى النقط السابقة - التى
سبقه إليها فريجة وبيانو وبيرس وبرادلى حيث أن التصنيف الرباعى
التقليدى للقضية الحملية لا يعبر عن أبسط صور القضية، وإنما تنحل
هذه الصورة إلى ما هو أبسط منها، ووضح ذلك فى سياق دالة القضية

(٩) انظر الفقرات ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣.

حيث نشرحه فيما يلي: (كل أ هو ب) دالة قضية مركبة من دالتى قضية بسيطتين ترتبطان بأداة الشرط، إنها تعنى أنه (إذا كان هـ هو أ فإن هـ هو ب)، أو (فى كل القيم الممكنة لـ هـ، إذا كان هـ يتصف بالصفة أ، فإنه يتصف أيضا بالصفة ب)، ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وإنما علاقة بين دالتين من دالات القضايا، وتصبح كل منهما قضية حملية حين نعطى للمتغير قيمة⁽¹⁰⁾. ويمكن التعبير عن القضية الكلية الموجبة فى صورة رمزية كما يلي:

"(ك) (د هـ \supset ذ هـ) (ف x \supset g x) (x)". وما دامت القضية الكلية الموجبة تتخذ صورة التضمن فهى شرطية متصلة، ومن ثم لا تقرر وجودا واقعيا؛ ونلاحظ أيضا على الكلية الموجبة أنه ما دامت تحوى السور الكلى فإن صيغتها الرمزية السابقة صادقة دائما، ويسمى رسل وأصحاب البرنكيبا هذه الصورة للتضمن (التضمن الصورى)، فى مقابل (التضمن المادى) الذى تعبر عنه الصيغة (ق \supset ل). خذ مثالا على القضية الكلية الموجبة طبقا للموقف الجديد: (كل إنسان فان) أصبحت تعنى أنه (إذا كان يوجد فرد ما مما يكون إنسانا فهو إذن فان)، وقد سبق لفريجة وغيره من المناطقة المحدثين أن قدموا هذه الصياغة.

ب- ننتقل إلى صياغة رسل للصور الثلاثة الأخرى من القضية الحملية التقليدية حيث نترجم القضية الكلية السالبة (لا أ هو هـ) أو "لا إنسان خالد" إلى الصيغة "(ك) (د هـ \supset ذ هـ)" (ف x \supset g x) أو "بالنسبة إلى كل فرد، فإنه إذا كان فرد ما إنسانا فلن يكون خالدا". ونترجم القضية الجزئية الموجبة (بعض أ هو ب)، أو (بعض العلماء مخلصون) إلى "(ح) (د هـ . ذ هـ)". (ف x . g x) (\exists x)،

⁽¹⁰⁾ Russell, My Philosophical Development, p. 66.

وتعنى أنه "يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بالعلم والإخلاص معا ونترجم القضية الجزئية السالبة مثل (بعض أ ليس ب) أو (بعض المتعلمين ليسوا فضلاء" إلى "(ح) (د هـ - ذ هـ)" $(\exists x) (f x. - g x)$ ، وتعنى أنه "يوجد واحد على الأقل مما يتصف بالعلم لكنه لا يتصف بالفضيلة". نلاحظ أن صياغة رسل للقضية الجزئية - موجبة أو سالبة - تختلف عن صياغته للقضية الكلية - موجبة أو سالبة؛ في أن القضايا الجزئية تحوى السور الوجودى وثابت الربط ولا تنطوى على صيغة الشرط، بينما الكليات تحوى السور وثابت التضمن الذى ينطوى على شرط. وذلك لتوضح أن القضايا الجزئية تقرر وجودا واقعا لموضوعها ومن ثم غابت صيغة الشرط بينما القضايا الكلية لا تتضمن تقرير الوجود الواقعى لموضوعها ومن ثم صيغت فى شرط وبالتالي يمكن للقضايا الكلية أن تكون صادقة حتى ولو لم يكن لأفراد موضوعاتها وجود واقعى^(١١).

٨٨- دالة القضية والقضية الوجودية:

يبدو أن فريجة هو أول من قدم تحليلا عميقا للقضية الوجودية^(١٢)، وقد فعل ذلك فى سياق تمييزه لها من القضية الحملية^(١٣). ويبدو أن بيانو عرّف القضية

(١١) I. M. P., pp. 162-3.

(١٢) عرّف أرسطو القضية الوجودية لكنه تناولها فى حدود ضيقة، تناولها أولا حين ميز بين القضيتين (رجل ما موجود) A man exists، (رجل ما عادل) a man is Just. ثم رأى ثانيا أن القضيتين (سقراط مريض) و (سقراط ليس مريضا) تصدق إحداها وتكذب الأخرى إذا كان يوجد سقراط، أما إذا لم يكن لسقراط وجود فعلى فإن (سقراط مريض) تصبح كاذبة، بينما تكون (سقراط ليس مريضا) صادقة، ذلك لأنه إذا لم يوجد سقراط فليس هنالك إذن فرد ليوصف بالمرض. نلاحظ أن التحليل ضحل وإن الوجود هنا مستخدم بمعنى الوجود الواقعى المحسوس فقط. انظر: De Interpretatione, ch. 10. وأيضا: A. N. Prior, Formal Logic, pp. 164-5.

(١٣) انظر الفقرة ٥٤.

الوجودية أيضا في سياق بحثه في أصول الرياضيات وتحليله معنى (وجود الصنف) إذ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو، وحين قرر أن للصنف الفارغ وجودا بمعنى أن له مفهوما وإن لم يندرج تحته ما صدقات ومن ثم فالقضية التي تتحدث عن وجود صنف لا تعنى وجودا واقعا محسوسا لأفراده وإنما تنطوي على أن للصنف معنى يمكن التفكير فيه وأن هذا المعنى مستقل عن أمثلته حيث نلاحظ أن ليس لرسل نظرية جديدة في القضايا الوجودية أكثر مما قاله فريجة وبيانو. وإنما أذاب موقفهما معا وأعطى له عرضا مختلفا يرتبط بنظريته في دالة القضية. يقول رسل في (فلسفة الدرية المنطقية):

(حين تأخذ دالة قضية وتقرر أنها ممكنة – أى صادقة أحيانا – ذلك يعطيك المعنى الأصل لكلمة (وجود)؛ يمكنك التعبير عن ذلك [الوجود] بقولك أنه توجد قيمة واحدة على الأقل للمتغير "هـ" بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة. خذ (هـ إنسان)؛ توجد على الأقل قيمة واحدة للمتغير "هـ" بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة. ذلك ما نعنيه حين نقول (هنالك آدميون There are men أو) (الناس موجودون) men exist. الوجود في أساسه خاصة لدالة القضية؛ يعنى الوجود أن دالة القضية صادقة مثل واحد على الأقل⁽¹⁴⁾. نوجز نظرية رسل في القضية الوجودية فيما يلي.

أ- القضية الوجودية هي ما يكون محمولها (موجود) فتتخذ الصورة (....موجود)، أو (هنالك)(there are.....)؛ قد نملاً المكان الخالي بحد عام أو باسم علم وسوف نتناول الآن النوع الأول خذ القضية: "الأحصنة المقرنة موجودة" unicorns؛ يؤكد رسل أن هذه القضية لا تقرر وجودا واقعا للأحصنة

⁽¹⁴⁾ Logic and Knowledge, P. L. A., p. 232.

المقرنة ولا تتحدث عن أى شىء فى الواقع ينطبق عليه هذا الوصف. ذلك لأنه لا وجود فعلا لهذا النوع من الحيوان؛ وبالرغم من ذلك فإن هذه القضية ليست بلا معنى، إذ يمكنك أن تقولها أو تسمعها أو تفكر فيها. تعنى هذه القضية أنه (يوجد هـ أن هـ حصان مقرن)، أو تعنى (دالة القضية) (هـ حصان مقرن) صادقا أحيانا، وحين نقول أن دالة القضية صادقة أحيانا، فإننا لا نقرر وجودا واقعيا لأى شىء وإنما نعنى أنها قد تكون صادقة إذا وجدت قيمة واقعية للمتغير، فإذا لم نعثر على هذه القيمة - كما هو الحال فى مثالنا - كانت دالة القضية كاذبة؛ ومن ثم فالدالة (هـ حصان مقرن) مثل للدالة الكاذبة دائما. والآن خذ القضية "الناس موجودون": لا نقرر وجودا واقعيا للنوع الإنسانى وإنما تعنى فقط أن (دالة القضية "هـ إنسان" صادقة أحيانا)؛ فإن عثرت على قيمة مناسبة للمتغير هـ، كأن تقول (سقراط إنسان)، كانت القضية صادقة، وكانت تلك الدالة صادقة أحيانا. يخلص رسل من هذا التحليل إلى تقرير أن الوجود فى القضية الوجودية لا يسند إلى أفراد فى الواقع، وإنما يسند إلى دالة القضية الصادقة أحيانا، ويعنى هذا أن هذه الدالة ممكنة. إن أخذت الوجود فى القضية الوجودية بمعنى تقرير وجود محسوس لأفراد، ظهر فساد موقفك، كما يبينه المثال الآتى بوضوح: "الناس موجودون، سقراط إنسان، إذن سقراط موجود". هذا القياس فاسد من الناحية الصورية من عدة وجوه: أولها أنك أخذت المقدمة الكبرى - وهى قضية وجودية - على أنها وجودا واقعيا محسوسا، وهو باطل، ثانيها أنه لا معنى للنتيجة، وذلك موضوع الفقرة التالية حيث نصل مما سبق إلى أن الوجود يحمل على دالة قضية لا على فرد، كما يحمل على صنف لا على عضو فيه أو عدة أعضاء - يحمل الوجود على أصناف، بمعنى أنه حين نقول (هنالك آدميون) أو

(هنالك فلاسفة)، فإننا لا نعى أكثر من تقرير أن لصف الناس أو الفلاسفة معنى يمكن التفكير فيه، لكننا لا نتضمن في ذلك أن نقرر وجودا واقعا لأفراد^(١٥).

ح- هنالك نقطة ذكية كان فريجة قد ذكرها في شرحه للقضية الوجودية - لا يستخدمها رسل - إذا وضعناها الآن في اعتبارنا بأننا نظرية رسل واضحة لا لبس فيها - وهي أنه ليس في القضية الوجودية موضوع وإنما تتألف من محمولين: أما الحد العام فهو محمول من الدرجة الأولى، أى يسند إلى أفراد، وأما (موجود) (أوما نحوها) فهو محمول من الدرجة الثانية أى يسند إلى المحمولات من الدرجة الأولى. فإذا قلنا مثلا (هنالك منطقة)، فإننا نعتبر (منطقة) محمولا من الدرجة الأولى ويسند إلى أفراد بمعنى أنه يمكننا القول (هـ منطقي صادقة أحيانا)، وإننا نعتبر (هنالك) محمولا من الدرجة الثانية يسند إلى المنطقة كصف، بمعنى أن التفكير فيمن يسمون منطقة تفكير ممكن سواء كان لهذا الصف وجود في الواقع أم لا.

٨٩- القضية الوجودية والقضية الشخصية:

خذ الآن قضية شخصية محمولها (موجود)، مثل (قيصر موجود)، أو (يوثانت موجود) حيث رأى رسل أن ليست القضايا من هذا النوع صادقة ولا كاذبة، لكنها بلا معنى *it is meaningless*، بل اختار لها - وهو في سن الشباب - وصفا جافا حين قال "إنها كلام فارغ" *it is rubbish*، لكنه خفف فيما بعد من جفاف عبارته وقال تدل على سوء استخدام اللغة *it is bad grammer*^(١٦) ويمكننا فهم مقصد رسل إذا عرفنا رأيه في الاستخدام الصحيح لاسم العلم. لكى نستخدم اسما يجب أن نكون على وعى مباشر *acquainted with* بما يشير إليه هذا الاسم، وإذا أردنا تجنب

^(١٥) Ibid., pp. 228, 233.

^(١٦) Russell, my Philosophical Development, p. 85.

العبارات النفسية أو المعرفية التي يذكرها رسل في نظرية منطقية، قلنا إن الاسم هو ما يشير إلى فرد يسمى بهذا الاسم؛ لكن لا يلزم أن يكون المسمى موضوع إدراك حسي حاضر، فإذا استخدمنا أسما بلا مسمى، بطل أن يكون اسما وأصبح لفظا أجوفا بلا دلالة، ومن ثم تحمل استخدام اسم العلم في طياته وجود مسماه وهذا معنى أن القضية الشخصية الوجودية هي سوء استخدام للغة. حين نقول (يوثانت موجود) لم نضف إلى يوثانت صفة جديدة؛ يمكنك أن تقول مثلا إن يوثانت سياسى محنك أو إنه مواطن من بورما، وحينئذ نضيف إلى الشخص، أو يمكنك أن تقول إن (هـ محنك) صادقة أحيانا، ومن ثم إن رأيت أن يوثانت قيمة مناسبة للرجل المحنك، قلت قضية صادقة، وإلا تكون كاذبة.

هنالك نقطة أخرى تبين خلو القضية الوجودية الشخصية من المعنى: مادامت القضية الوجودية تحوى محمولين، وما دام أحد عنصرى القضية اسم علم، فإننا اعتبرناه محمولا، وقد فرغ أرسطو وفريجة ورسل من إثبات أن اسم العلم لن يكون محمولا فى قضية^(١٧).

(١٧) قارن: Stebbing, A Modern Introduction to Logic, pp. 160-1

الفصل السادس عشر

منطق رسل ووايتهد (٤)

النظرية الوصفية

٩٠- مقدمة

أشرنا من قبل إلى الظروف التي أدت إلى التفكير في (النظرية الوصفية) Theory of Descriptions وصياغتها^(١)؛ ولهذه النظرية جانبان: جانب منطقي، وآخر معرفي، أو أبستمولوجي. يرتبط الجانب الثاني بموقف رسل من إدراكنا ومعرفتنا للناس والأشياء المادية الجزئية من حولنا ونلاحظ أن رسل كان يلجأ أحيانا إلى بعض أفكاره المعرفية لشرح هذه النظرية في جانبها المنطقي، مما حفز النقاد الذين لا يشاركونه مواقفه المعرفية إلى الهجوم على نظريته المنطقية حيث أن الجانب المنطقي من النظرية هو فقط موضوع اهتمامنا، ومن ثم نحاول تمييزه عن أية اعتبارات معرفية. ويمكننا أن نقول الآن في عجلة أن النقطة الرئيسية في النظرية الوصفية هي التمييز الحاسم بين العلم و (العبارة الوصفية المحددة) definite descriptive phrase: فالعبارة الوصفية المحددة جملة اسمية تتألف من حد عام مسبوق بأداة التعريف أو أن يتخذ الحد العام صيغة المضاف، متبوعا بخاصة أو

(١) انظر الفقرة ٦٥ د

خصائص معينة، بحيث تنطوي الجملة على الإشارة إلى شخص معين أو شيء محدد دون غيره من الأشخاص أو الأشياء، كما يمكن استبدال اسم العلم بتلك الجملة. إذا قلنا (هو مر مؤلف الإلياذة)، أو (أنور السادات هو الرئيس الثانى لجمهورية مصر)، فإن (مؤلف الإلياذة) أو (الرئيس الثانى لجمهورية مصر) عبارة وصفية محددة. ولقد رأى رسل - كما سنرى بالتفصيل خلال هذا الفصل - أنه يجب أن نميز تميزاً حاسماً بين (هومر) و (مؤلف الإلياذة) مثلاً، بالرغم من أن التعبير يشير إلى شخص واحد بعينه. ولقد كان من نتائج هذه النظرية (١) أن تخلص رسل من موقف كان مستبداً به حين كتب مبادئ الرياضيات، ووجد من بعد أن فريجة يدعو إليه - نعى موقف الواقعية Realism بالمعنى الأسكولائى: القول بأن للأعداد والأصناف والعلاقات وجوداً موضوعياً مستقلاً عن الفكر الإنسانى؛ (٢) أن حدد رسل موقفه من نظرية فريجة فى (المعنى والإشارة)، كما وجد فى نظريته سلاحاً للهجوم على نظرية معينة عند مينونج Alexius Meinong (١٨٥٣ - ١٩٢١)؛ (٣) حيث فتحت النظرية باباً لصياغة (نظرية الأنماط المنطقية)، وبعد أن صاغ رسل النظرية الوصفية عام ١٩٠٥. ظل ينقح فيها مدة خمس سنوات، ثم أصبحت من بعد ذلك جزءاً هاماً من برنكيبيا^(٤).

(٤) ظهرت أول صياغة للنظرية الوصفية فى مقال (فى الإشارة) On Denoting نشره عام ١٩٠٥ فى مجلة Mind؛ ويذكرنا عنوان المقال بالتميز الذى أقامه بعض مناطق العصر الوسيط بين معنى الحد connotation وإشارته إلى فرد أو أفراد denotation، لما اصطنه جون مل فيما بعد لإقامة نظريته الجديدة وقتئذ فى أسماء الأعلام. لم يستخدم رسل (الإشارة) فى مقاله كما استخدمه مناطق العصر الوسيط ومل. وإنما ميز فى الإشارة بين معناها وما تشير إليه من أفراد، أى كان رسل يهتم فى مقاله المذكور بالجانب المفهومى من التعبير الإشارى لا بالجانب الماصدق. ولقد طور رسل نظريته مع الزمن، فى الأبحاث التالية: Principia, I, pp. 30-36 واصطنع فى هذا الكتاب وما بعده عنوان (النظرية الوصفية) عنواناً للنظرية.

٩١ - نظرية مينونج:

أ - لمينونج نقطة منطقية كانت موضوع انتباه رسل في فجر هذا القرن^(٣) حيث نعلم أن المنطقين التقليدي والرمزي اتفقا في أن القضية العملية بالمعنى الدقيق هي القضية الشخصية، أي ما يسند المحمول فيها إلى اسم علم أو اسم أي شيء جزئي. والآن نوجز نقطة مينونج فيما يلي. إذا كان لدينا قضية حملية موضوعها عبارة phrase تشير إلى شخص أو شيء معين، لكن لا وجود له في الواقع، فإننا نأخذ هذه العبارة على أنها تشير إلى شيء معين له واقعيته بمعنى ما ومن أمثلة هذه العبارات (الملك الحاضر لفرنسا)، (الجبل الذهبي)، (المربع الدائري) إلخ؛ فإذا دخلت هذه العبارات وأمثالها في قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية فإنها تشير

(المعرفة بالإدراك المباشر والمعرفة بالوصف): Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description، قرأها في (الجماعة الأرسطية) Aristotelian Society عام ١٩١١، ثم نشرت في مجلة هذه الجماعة في العام التالي؛ وأعيد نشرها في كتاب (التصوف والمنطق) Mysticism and Logic (١٩١٢)، ولقد بسط رسل النظرية في الفصل الخامس من كتابه مشكلات الفلسفة (١٩١٢): The Problems of Philosophy ويحمل الفصل نفس العنوان السابق وتعرض رسل للنظرية في مقال (طبيعة الإدراك المباشر) The Nature of Acquaintance، نشره في مجلة Monist (١٩١١)، لكنه أفاض في شرح النظرية في مجموع محاضراته المسماة (فلسفة الذرية المنطقية) The Philosophical Atomism (١٩١٨)، وقد عقد فصلا عن النظرية بعنوان (أسماء الأعلام) في كتابه بحث في المعنى والصدق An Inquiry into Meaning and Truth (١٩٤٠)، إلى أن لخص نظريته الوصفية في آخر كتبه تطويري الفلسفي My Philosophical Development ص ٨٣-٨٥.

(٣) رأى مينونج أن لكل موضوع يتنبه إليه الفكر وجودا واقعا، ليس ذلك فقط في الأشياء الفيزيائية التي لها وجود واقعي محسوس، وإنما الأفكار في الرياضيات والمنطق لها وجود واقعي، بل جعل للفكرة المستحيلة وجودا واقعا. ويمكن فهم هذه الموضوعات إذا دخلت في قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية فلقد أخذ مينونج فكرته الأساسية عن أستاذه برنتانو الذي لم يقبل الموقف الانطولوجي لتلويده.

إلى وجود واقعي وتصبح (موضوعات منطقية) Logical subjects. خذ القضية:
(الجبل الذهبي غير موجود) - هذه قضية حملية، والعبارة (الجبل الذهبي) موضوع
حمل حقيقي فيها ويشير فيها إلى شيء حقيقي، رغم أنه ليس شيئاً محسوساً، لأنك إن
قلت أن (الجبل الذهبي غير موجود)، فإنك تكون قد أصدرت حكماً على شيء ما
بعدم وجوده؛ ومن الواضح أنه يجب أن يكون هنالك شيء - الجبل الذهبي -
لتقول إنه غير موجود، فإن أنكرت وجود الجبل الذهبي - بمعنى ما - فلا معنى
لإصدار الحكم، حيث نصدر الحكم دائماً على شيء ما؛ وبالمثل نتناول القضية
(المربع الدائري) شيء متناقض. ويلاحظ مينونج أن هذا النوع من القضايا لا يخضع
لقانون عدم التناقض: خذ القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلح) - من الواضح أن
ليس بفرنسا الآن ملكية وإنما جمهورية، وبالرغم من ذلك فإن للقضية السابقة معنى
ودلالة، وتصدر حكماً على شخص له واقعيته وإن لم يكن هذا الواقع محسوساً. لكن
إذا لم يكن لملك فرنسا وجود واقعي الآن، فإن القضيتين (الملك الحاضر لفرنسا
أصلح) و (الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلح) صادقتان معاً؛ أي إذا لم يكن لموضوع
القضية وجود واقعي محسوس، فإنه يمكنك أن تسند إليه محمولين متناقضين. إن
الوجود الواقعي الذي يتحدث عنه مينونج هنا وجود منطقي^(٤).

ب- كان رسل مقتنعاً بوجاهة هذه النظرية أول أمره، لكنه رفضها حين
وصل إلى نظريته الوصفية لأنه أدرك نقطة الضعف في نظرية مينونج وظن لهذا أن
عبارة (الملكة الحاضرة لإنجلترا) من نفس الصورة المنطقية لاسم العلم (إليزابيث

^(٤) انظر: Logic and Knowledge, On Denoting, p. 45؛ وأيضاً:

My Philosophical Development, p. 84 : I. M. P. p. 122. وأيضاً

سوف نشر فيما بعد إلى الكتاب الأخير بالرمز P. D.

الثانية) وما دام هذا الاسم يشير إلى إنسانة معينة، كذلك للعبارة السابقة نفس الإشارة؛ ورأى مينونج نتيجة لذلك أن العبارة (الملك الحاضر لفرنسا) شبيهة في تركيبها اللغوي (الملكة الحاضرة لإنجلترا)، وما دامت هذه تشير، كذلك ينبغي أن تشير العبارة الأولى ولقد بين رسل في نظريته الوصفية أن هذا الموقف فاسد لأنه كشف عن تمييز منطقي حاسم بين اسم العلم والعبارة الوصفية، حتى لو أشارت هذه العبارة إلى نفس ما يشير إليه اسم العلم⁽⁵⁾

٩٢- الوصف الغامض

أ- تحليل النظرية الوصفية نوعين من العبارات الوصفية أو الأصناف: وصف غامض أو غير محدد *ambiguons or indefinite description* ووصف محدد *definite description*. تتألف العبارة الوصفية الغامضة من حد عام في صيغة النكرة أو مسبقا بكلمات معينة مثل: (رجل ما) *a man*، (أى إنسان) (بعض الناس) (كل الناس) إلخ فحين أقول (قابلت رجلا ما)، فإن (رجلا ما) تحدد نوع الكائن الذى رأيت، دون تحديد فرد معين في ذلك النوع؛ وبالمثل فإن القضايا (أى إنسان يمكن أن يطالب بحقه)، (بعض الناس منافقون) تحوى أوصافا غامضة. أما الوصف المحدد فهو عبارة تتألف من حد عام مسبق بأداة التعريف؛ وقد يتبع أيضا بلفظ أو أكثر مما يدل على تحديد خاصة معينة، وتشير العبارة الوصفية المحددة إلى شيء

(5) – *Mysticism and Logic and Other Essays*, Penguin ed., p. 211-2.

وسوف نشر فيما بعد إلى هذا الكتاب بالرمز M. L.

محدد أو شخص معين دون سواه^(٦). وكمثال للوصف المحدد: الملك الحاضر
لإنجلترا، الملك الحاضر لفرنسا، دورة الأرض حول الشمس، دورة الشمس حول
الأرض، الرجل ذو القناع الحديدي، المرشح الذي ينال أكبر عدد من الأصوات،
آخر شخص دخل هذه الحجرة، من الواضح أن كلا من هذه العبارات يشير إلى
شيء (واحد لا أكثر) وتوحى بأن لهذا الشيء خاصية معينة^(٧).

ب- يمكن إجمال النظرية الوصفية في ثلاث أفكار رئيسية: التمييز الحاسم
بين اسم العلم والوصف، وأن ينطوي الوصف على دالة قضية، وأن الوصف رمز
ناقص. نقول فيما يلي رأى رسل في العبارة الوصفية الغامضة في ضوء تلك الأفكار
بإيجاز. ماذا تقرر القضية (قابلت رجلاً ما)؟ قد يعرف قائلها من قابله معرفة شخصية،
لكنه لم يشأ ذكر اسمه، وقد يكون قد قابل رجلاً غريباً لا يعرف اسمه. افترض أن قائل
القضية يعرف اسم من قابله وليكن (مصطفى) مثلاً، فإن رسل أراد هنا أن يقول إن
القضيتين (قابلت مصطفى) و (قابلت رجلاً ما) متميزتان، لأن الأولى تسمى شخصاً
باسمه، بينما ليست الثانية كذلك. ومن أوجه الخلاف الأخرى بين القضيتين أنه
يمكن ترجمة القضية الثانية إلى صيغة أخرى تساويها في المعنى لكن في صورة
منطقية مختلفة (قابلت رجلاً ما) تعني دالة القضية (قابلت س وأن س رجل) صادقة
أحياناً؛ خذ (رجلاً ما) في قضية أخرى مثل (رجل ما موجود) a man exists: هذه
القضية مساوية في معناها للقضية (الناس موجودون) ومن ثم فالقضية الأولى لا تقرر

(٦) لا يمكن ترجمة كل وصف محدد يحوى التعريف بأل من الإنجليزية إلى العربية، ويمكن ترجمته إلى العربية في
صيغة من صيغ المعرف وهي صيغة المضاف، وهي صيغة يستخدمها بعض الناطقة الذين كتبوا عن رسل،
انظر:

Quine, Methods of Logic, p. 216.

(٧) M. L. p. 202.

وجودا واقعيًا لنوع من الكائنات وإنما تنطوي فقط على دالة القضية (س إنسان) صادقة أحيانًا؛ ومعنى ذلك أنه حين نسند الوجود إلى وصف غامض لا نعى تقرير وجود واقعي محسوس وإنما توجد حالة واحدة على الأقل مما يجعل دالة ما صادقة. يتضح من التحليل السابق أن (قابلت رجلا ما) تختلف اختلافا منطقيًا عن (قابلت مصطفى): إني في القضية الأخيرة حددت من قابلت تحديدا تاما، بينما في القضية الأولى عبرت فقط عن دالة قضية ممكنة. نقول أخيرا عن الوصف الغامض إنه (رمز ناقص) incomplete symbol، والمقصود بذلك أنه التعبير الذي لا معنى له في ذاته وإنما يكتسب معنى إذا دخل في سياق قضية: إن (رجلا ما) بمفردها تعبير ناقص المعنى، لكن (رأيت رجلا ما) أعطت للتعبير معنى، حتى لو لم نعرف من هو ذلك الرجل^(٨). لم ينظر رسل إلى الوصف الغامض على أنه الذي يبحث عن تحليله لكن تحليله للوصف المحدد هو هدف نظريته.

٩٣- الوصف المحدد واسم العلم:

يقول رسل: "أول شيء نؤكدده للوصف المحدد أنه ليس اسما"^(٩). يمكن التقاط نقط أربعة من كتابات رسل المتعددة تكشف عن هذا التمييز.

(أ) الاسم رمز بسيط، بينما الوصف المحدد رمز مركب؛ خذ مثال رسل المشهور (سكوت مؤلف وفرلي) Scott is the author of Waverly^(١٠) نقول عن (سكوت) إنه اسم، وعن (مؤلف وفرلي) إنه وصف محدد؛ إننا نسمى الرمز بسيطا إذا

(٨) I. M. P., pp. 167 – 73.

(٩) Logic and Knowledge P. L. A., p. 224.

(١٠) أشار رسل إلى الواقعة التي أوحى إليه بهذه القضية: إذا تساءل الملك جورج الرابع عما إذا كان سير وولتر سكوت هو الذي ألف حقا ديوان وفرلي: انظر:

logic and Knowledge. On Denoting, p. 47.

كان مؤلفاً من أجزاء (وهنا حروف) ليس كل جزء في ذاته رمزا، ونسمى الرمز مركبا إذا كان مؤلف من أجزاء (كلمات) لكل جزء منهما دلالة ومعنى. إن (مؤلف) رمز يعنى شخصا يقوم بكتابة شيء ما أو عمله، (وفرلى) عنوان ديوان شعر.

(ب) يرتبط الاسم بموضوعه ارتباطا مباشرا، بينما الوصف المحدد ليس كذلك، لأنه حين نستخدم اسم العلم استخدما صحيحا يجب أن نشير به إلى شيء جزئى معين فى الواقع، هو مسماه، وما لم نعرف ما يشير إليه الاسم. لا يمكننا فهم الاسم، ومن ثم (سكوت) اسم شخص معين يمكنك فهم معناه إذا كنت رأيت هذا الشاعر أو سمعته أو قرأت له. ومن جهة أخرى يمكننا فهم الوصف المحدد لو لم تكن سمعت بما أو من يشير إليه؛ إن (مؤلف وفرلى) وصف محدد يمكنك فهم معناه متى عرفت كيف تستخدم كلمة (مؤلف) فى اللغة، وأن (وفرلى) ديوان شعر، حتى دون أن تعرف أن سكوت هو من يشير إليه العبارة الوصفية^(١١).

جـ- الاسم رمز تام بينما الوصف المحدد رمز ناقص. نسمى الرمز تاما حين يفيد معنى تاما فى ذاته ولا يعتمد فهمنا له على كلمة أخرى تعطيه معنى، وأسماء الأعلام جميعا من هذا النوع. لكننا نسمى الرمز ناقصا إذا لم يعط فى ذاته معنى تاما وإنما يكسب هذا المعنى فى سياق معين، ومن ثم فالوصف المحدد رمز ناقص. (مؤلف وفرلى) وحدها تثير معنى ناقصا لا يتم، لأن قراءتنا لها أو سماعنا إياها يثير عدة أسئلة مثل: من هو؟ أو ماذا تريد أن تقول عنه؟ وقد نكف عن هذه الأسئلة حين يقال لنا مثلا إن مؤلف وفرلى شاعر ملهم^(١٢).

(١١) قارن ذلك بما سبق أن قاله رسل عن اسم العلم فى الفقرة: ٦٩ ب ٤.

(١٢) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 244, I. M. P., pp. 173-4.

د- لو كانت العبارة الوصفية المحددة اسم علم لكانت القضية (سكوت مؤلف وفرلى) تحصيل حاصل، لكنها ليست كذلك. وقبل أن نشرح هذه النقطة يحسن استرجاع ما قلناه في فصل سابق عن قضية الهوية حيث تحوى قضية الهوية اسمين أو اسما وعبارة وصفية محددة يرتبطان برابطة مناسبة؛ (خوفو بانى الهرم الأكبر) ، (هومر صاحب الإلياذة) ، (أرسطو مؤسس نظرية القياس المنطقى) ، (سكوت مؤلف وفرلى) ، (طه حسين مؤلف الأيام): هذه قضايا هوية من النوع الذى يحوى اسما ووصفا محددًا، ونلاحظ على هذه القضايا أن الوصف ليس صفة عامة مما تحمل على أشياء عدة غير الموضوع الموجود بل هو صفة خاصة مقصورة على هذا الموضوع^(١٣). مثال لقضية الهوية التى تحوى اسمين: سكوت هو سير وولتر، سكوت هو سكوت. الآن يمكننا فهم قول رسل إن القضية (سكوت مؤلف وفرلى) ليست تحصيل حاصل حيث تختلف هذه القضية اختلافا أساسيا عن القضية (سكوت هو سير وولتر) مثلا. نعم القضيتان قضيتا هوية، لكن بينما تحوى القضية الأولى اسم علم ووصف، تحوى الثانية اسمى علم. نقول عن (سكوت هو سكوت) أو (سكوت هو سير وولتر) أنها تحصيل حاصل لأنها لا تضيف إلى علمنا جديدا، نعم قد تضيف القضية الثانية علما لمن لم يعرف اسم سكوت كاملا، لكن الجديد حينئذ هو اسم آخر. أما (مؤلف وفرلى) فى (سكوت مؤلف وفرلى) فليس اسما وإنما عبارة تدل على واقعة تاريخية عن سكوت أو عن الشعر الإنجليزى، ولا صلة لذلك بالتسمية؛ سمي سكوت باسمه منذ ولد، وفي وقت لم يكن قد كتب وفرلى، ومن ثم فالارتباط ضرورى بين (سكوت) وسكوت، لكن الارتباط غير مباشر بين (سكوت) و(مؤلف وفرلى): إذا كان

(١٣) قارن قضايا الهوية عند فريجة فى الفقرة: ٥٢.

تأليفه الديوان أمرا حادثا كان يمكن ألا يتم، كما أنه من الممكن أن نعرف سكوت دون أن نعرف أنه مؤلف وفرلي، والعكس صحيح أيضا^(١٤).

٩٤- الوصف المحدد ودالة القضية

أ- العنصر الثاني الهام في النظرية الوصفية هو تحليل العبارة الوصفية المحددة بلغة دالة القضية، وسوف يعطينا هذا التحليل دليلا آخر على التمييز المنطقي الأساسي بين اسم العلم والوصف. حين نترجم قضية تحوى اسم علم إلى دالة قضية سوف يظهر هذا الاسم الترجمة الجديدة، لكن حين نترجم قضية تحوى وصفا محددا إلى قضية سوف يختفى هذا الوصف حين نوضح هذا التمييز وتلك الترجمة بتقديمنا تحليل رسل للقضايا الأربعة الآتية على التوالي: سكوت مؤلف وفرلي، مؤلف وفرلي موجود، مؤلف وفرلي شاعر، الملك الحاضر لفرنسا أصلع. يحلل رسل القضية (سكوت مؤلف وفرلي) إلى القضايا الثلاثة الآتية:

(١) "ه كتب وفرلي" صادقة أحيانا

(٢) "إذا كان ه، وكتب وفرلي فإن ه هو و" صادقة دائما

(٣) إذا كان ه كتب وفرلي فإن ه هو سكوت "صادقة دائما"

ويمكن إجمال الدالات الثلاث السابقة في دالة واحدة:

"(ه كتب وفرلي) تكافئ دائما (ه كان سكوت)"

ويمكن ترجمة الدالات الثلاث السابقة إلى اللغة المألوفة كما يلي:

(١) شخص واحد على الأقل كتب وفرلي. (٢) شخص واحد على الأكثر

كتب وفرلي. (٣) إن الذى كتب وفرلي كان سكوت^(١٥).

(١٤) انظر: Logic and Knowledge, pp. 50, 245. وأيضا: p.D., pp. 83-4.
(١٥) I. M. P., pp. 176- 8.

ويمكن إجمال القضايا الأخيرة في واحدة: (شخص واحد وواحد فقط كتب وفرلى وإنه كان سكوت^(١٦)). وكان هدف رسل من هذه الترجمات أن يثبت أن اسم العلم يظهر في التحليل.

ب- خذ الآن قضية وجودية موضوعها وصف محدد مثل (مؤلف وفرلى موجود)؛ لكي نترجم هذه القضية إلى دالة قضية يلزم توفر ثلاث شروط: (١) أن تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأقل للمتغير هـ، (٢) أن تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأكثر للمتغير هـ، (٣) أن يؤخذ الوجود هنا لا بمعنى وجود جزئي واقعي وإنما بالمعنى المشتق من تصور شيء ما "أ" بحيث أن (هـ كتب وفرلى) صادقة حين تكون (هـ هي أ)، وتكون كاذبة حين تكون (هـ ليست أ). نلاحظ هنا أن (مؤلف وفرلى) اختفت في التحليل (نعم ظهر الاسم (وفرلى) في التحليل، وهو اسم علم لمن المقصود في سياقنا (مؤلف وفرلى) وليس (وفرلى))، وبدل اختفاء الوصف من الدالة على أنه ليس اسم علم.

ج- خذ الآن قضية حملية موضوعها وصف محدد مثل (مؤلف وفرلى شاعر) لنرى تحليل رسل لها؛ إنه تحليل شبيه بتحليل القضية (سكوت مؤلف وفرلى)، كما يلي: (هـ كتب وفرلى تكافئ هـ "هو" أ وأن أ شاعر صادقة أحيانا) أو "يوجد شيء ما" أ "بحيث أن هـ" كتب وفرلى تكافئ هـ "هو" أ في كل قيم هـ" وأن "أ" شاعر^(١٧). ويمكن صياغة الدالة السابقة صياغة أخرى في القضايا الثلاثة الآتية:

(١) شخص واحد على الأقل كتب وفرلى.

(٢) شخص واحد على الأكثر كتب وفرلى.

(16) M. L., p. 214.

(17) J. Passmore, A Hundred Years of Philosophy, p. 230

(٣) إن الذي كتب وفرلي كان شاعرا^(١٨).

نلاحظ هنا أن (مؤلف وفرلي) اختفت من التحليل، ومن ثم فالقضية (مؤلف وفرلي شاعر) لم تصدر حكما على سكوت، كما نلاحظ أن (مؤلف وفرلي) ليس (موضوعا منطقيا) لأن ما يعبر عن الموضوع المنطقي هو الاسم الدال على فرد معين. وما دامت (مؤلف وفرلي) تحتل مكان الموضوع في القضية فإنه يجب اعتبارها "موضوعا حسب مكانها في القضية grammatical subject، لا موضوعا منطقيا".

د- حين وصل رسل إلى تمييز اسم العلم من الوصف المحدد وترجمة القضية التي تحول أحدهما أو كليهما إلى دالة قضية، ومعنى الوجود في الدالة حيث استطاع رسل تقديم تحليل صحيح لنوع من القضايا مثل (الجبل الذهبي غير موجود)، (الملك الحاضر لفرنسا أصلح)، وبذلك يكون قد استطاع أن يجد أساسا لرفض نظرية مينونج في الوجود الواقعي المنطقي لموضوعات الفكر - مستقلا عن العقل الإنساني حيث يقول رسل إننا إذا أخذنا الوجود بمعنى (الصادق أحيانا) وعدم الوجود بمعنى (الكاذب دائما)، أمكننا التخلص من إسناد وجود موضوعي لمعنى العبارة الوصفية التي لا تشير إلى واقع محسوس، ومن ثم تصبح القضية (الجبل الذهبي غير موجود) بفضل النظرية الوصفية - تعني (دالة القضية (هـ- ذهبي) و (هـ- جبل) كاذبة في كل قيم هـ)؛ لقد اختفت هنا عبارة (الجبل الذهبي) ومن ثم لم تعد أسما ولا تشير إلى شيء واقعي بأي معنى من المعاني؛ وما دامت (الجبل الذهبي) ليست أسما فلن تكون موضوعا منطقيا في القضية التي ترد فيها وإنما (موضوع حسب مكانه من الجملة) فقط. لاحظ رسل أخيرا أن القضية السابقة تخضع لقانون عدم

^(١٨) Logic and Knowledge. P. L. A., p. 250.

التناقض - خلافا لما أعلن مينونج - لأننا نقرر أن (الجبل الذهبى موجود) قضية كاذبة، وأن (الجبل الذهبى غير موجود) صادقة^(١٩).

هـ- لكل من فريجة ومينونج ورسل تحليل مختلف للقضايا التى تحوى عبارة وصفية محددة لا تشير إلى واقع مثل (الملك الحاضر لفرنسا أصلح) حيث رأى فريجة وجوب استبعاد مثل هذه القضية، كما يجب استبعاد القضايا التى تحوى أسماء أعلام خرافية، فإذا حدث واستخدمناها فإننا لا نستطيع أن نحكم عليها بصدق أو بكذب، ومن ثم لا تخضع لقانون الثالث المرفوع فرأى مينونج أن مثل هذه القضية لها معنى حتى لو لم تشير إلى شىء مفرد واقعى محسوس، بل ويدل موضوعها على وجود واقع مستقل عن عالمنا، وأن هذه القضية لا تخضع لقانون عدم التناقض، أى يمكننا الحكم عليها وعلى نقيضتها معا بالصدق ونذكر فيما يلى تحليل رسل لتلك القضية، ويبدأ بقوله إنها تنحل إلى قضيتين: (الملك الحاضر لفرنسا موجود)، (الملك الحاضر لفرنسا أصلح) إن القضية الأولى هنا تعنى لا تقرير وجود واقعى لهذا الملك، وإنما تعنى أن (الدالة يوجد فرد واحد على الأقل أ ممن يحكم فرنسا، صادقة أحيانا)، وعلينا أن نعوض عن المتغير بقيمة مناسبة، ومن الواضح أننا لا نجد الآن تلك القيمة إذ لا يوجد الآن فى الواقع الدولى ملوك فى فرنسا، ومن ثم نقول عن الدالة السابقة إنها تعنى أنه (يوجد فرد واحد على الأقل أ بحيث أن أ يحكم الآن فرنسا وأن أ أصلح)، لكننا لن نجد قيمة لهذا المتغير ومن ثم فالقضية كاذبة دانما.

و- وهنالك نقطة هامة يبرزها رسل فى تحليل القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلح)؛ إذا أردنا سلبها، لا نقول (الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلح)، لأن هذه تتضمن تقرير وجود واقعى لذلك الملك بحيث ننكر عليه فقط أنه أصلح؛ إن سلب قضيتنا

⁽¹⁹⁾ P. D., p. 84.

سلبا صحيحا هو: "إما أنه لا يوجد شخص مما يكون ملك فرنسا، أو أنه إذا كان يوجد فإنه ليس أصلح" والمقصود هنا إنكار وجود الملك أصلا، بدلا من إثبات وجوده وإنكار أنه أصلح، ومن ثم لا وجود لمن نصفه بالأصلح، وفي هذه الحالة تكون القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلح) قضية كاذبة^(٢٠).

ز- يمكننا الآن تلخيص نظرية رسل الوصفية بمقارنتها بنظريتي فريجة ومينونج فيما يلي: (١) يجب ألا نستخدم اسم العلم في لغة منطقية أو علمية إلا إذا كان هنالك شيء أو شخص في الواقع يشير إليه هو مسماه، ولقد قال فريجة ذلك من قبل، ولم يعترض عليه مينونج.

(٢) لا مانع من استبدال عبارة وصفية محددة باسم العلم الذي يشير إلى من يوصف بتلك العبارة لكن اسم العلم والوصف المحدد متميزان من الناحية المنطقية تميزا تاما، وأن للقضية التي يرد فيها الوصف المحدد معنى، حتى لو لم نعرف ما أو من يشير إليه ذلك الوصف. للقضية (مؤلف هنا يشير إلى ديكارت، لقد قال فريجة أن القضيتين - التي تحوى أحدهما اسم علم وتحوى الثانية وصفا محددا - متكافئتان في الصدق، وأن حذرنا فريجة من استخدام هذا التكافؤ دائما في لغة منطقية صورية، لكن فريجة لم يوضح لنا أساس هذا التحذير؛ جاء رسل بهذا الأساس حين ميز تميزا حاسما بين الاسم والوصف. ومن جهة أخرى لم يفطن مينونج إلى هذا التمييز، فوقع في نظريته الواقعية حين طبق الوصف المحدد المشير إلى واقع على الوصف المحدد الذي لا يشير.

(٢٠) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 251. وأيضا:

I. M. P., p. 179.

(٣) سمح رسل بالقضية التي يرد فيها وصف محدد لا يشير إلى شيء في الواقع بأن لها معنى ويمكننا فهمها، وبالرغم من أن لها معنى فهي كاذبة. لكن فريجة لم يسمح بهذا النوع من القضية في لغة صورية، بل ورأى أنه يجب الحكم عليها لا بالصدق ولا بالكذب. ومن جهة أخرى رأى رسل أن هذا النوع من الأوصاف لا يشير إلى وجود منطقي، بل أصبح عدم إشارتها إلى واقع محسوس مرادفا لكذب القضايا التي ترد فيها هذه الأوصاف، ومن ثم رفض الموضوعات المنطقية لمينونج، كما اختلف رسل عن مينونج في أن أمثال هذه القضايا التي تخضع لقانون عدم التناقض: تكون كاذبة دائما، وسلبها صادق دائما.

(٤) حين أدت النظرية الوصفية برسل إلى فهم الوجود على أنه الصادق أحيانا، وعدم الوجود على أنه الكاذب دائما، تخلص من الوجود الواقعي للأعداد والعلاقات والأصناف - ذلك الوجود الذي ورثه عن فريجة، ومن ثم حل أصحاب برنكيا التناقضات المتعلقة بالاتجاه اللوجستيقي في أصول الرياضيات.

٩٥- الوصف المحدد والرمز الناقص

يميز رسل في نظريته الوصفية بين الرمز التام والرمز الناقص. الرمز التام ما له معنى في ذاته مستقلا عن أي آخر، أما الرمز الناقص فمعناه غير تام إذا جاء بمفرده. سبق أن استخدم رسل هذا التمييز ليفصل بين اسم العلم والوصف، وليبين أن اسم العلم رمز تام والوصف المحدد رمز ناقص ونريد الآن مزيدا من التوضيح لمعنى الرمز الناقص وتطبيقه على الوصف المحدد وأبسط الأمثلة على الرموز الناقصة ورموز العمليات الحسابية: $+$ ، \times ، \div ، إلخ؛ إذ لا معنى لهذه الرموز في ذاتها، وإنما تكتسب معناها حين تدخل في سياق صيغة جمع أو ضرب عددية أو معادلة

جبرية فالعبارات الوصفية رموز ناقصة بهذا المعنى أى أنها بمفردها لا يجرى عليها التعريف بل يجرى عليها ما يسميه رسل (التعريف بالاستخدام) definition in use والمقصود أنه يمكن فهم الوصف المحدد إذا دخل فى سياق قضية وحين وصل رسل إلى هذه الفكرة، رأى أن الموضوعات الرياضية والمنطقية كالأعداد والأصناف والعلاقات رموز ناقصة كالأوصاف المحددة. خذ مثلاً: ((الجذر التربيعى للعدد -١ نصف الجذر التربيعى للعدد -٤)): تحوى هذه القضية أوصافاً محددة، وهى لا تشير إلى أشياء جزئية واقعية، وإن عبرت عن حقائق رياضية - فالحقائق الرياضية لا تتضمن أنها موجودات حقيقية فى عالم آخر، ومن ثم ليس للأعداد والأصناف إلخ وجود فى عالم آخر وإنما هى رموز ناقصة^(٢١).

(٢١) انظر: Principia, I, p. 66؛ وأيضاً:

Logic and Knowledge, P. L. A., p. 253. وأيضاً:

Stebbing, A Modern Introduction to Logic, pp. 152-3.

الفصل السابع عشر

منطق رسل ووايتهد (٥)

نظرية حساب الأصناف

٩٦ - مقدمة:

أ- لنظرية حساب الأصناف جانبان: جانب منطقي وآخر رياضي؛ ويرتبط الجانب الرياضي أولاً بتعريف العدد تعريفا منطقيا بحتا، وذلك برده، إلى تصورات الصنف والعلاقة والمثابفة عند أصحاب الاتجاه اللوجستيقي حيث يرتبط ثانيا بما يسمى (المفارقات) Paradoxes أو (التناقضات) contradictions التي اكتشفها رسل وغيره، وكشف عنها تعريف الأعداد اللا متناهية والصنف الذي هو عضو في ذاته؛ فيرتبط الجانب الرياضي من حساب الأصناف ثالثا بما سماه رسل "نظرية الأنماط المنطقية" Theory of Logical Types وهي تعتبر حل من جانب رسل لتلك المفارقات ولن نعرض لهذا الجانب وإنما نكتفي بإيجاز نظرية الأصناف في جانبها المنطقي البحت عند أصحاب برنكيبا.

ب- يرجع الفضل إلى بول في تقديم أول محاولة لإقامة المنطق الرمزي بالمعنى الدقيق، وإن كان قد اقتصر في جهده على إقامة مبادئ حساب الأصناف، دون غيرها من نظريات ذلك المنطق؛ ولقد لاحظنا في شرحنا لبول أنه استخدم رموزا لمتغيرات الأصناف، كما اصطنع رموزا لبعض الثوابت - وكانت ثوابت رياضية

فى أساسها كعلامات الجمع والطرح والضرب والقسمة والمساواة وعددى الصفر والواحد الصحيح؛ ومن ثم لم يعط بول للثوابت تفسيراً منطقياً ونلاحظ أيضاً أنه لم يستطع وضع نظريته فى نسق استنباطى بالمعنى الدقيق، كما كان متمسكاً بوضع النظرية على نموذج علم الجبر ومن ثم لم يتمكن من تقديم نظريته معتمدة على تصورات منطقية خالصة ولعل أهم ما وصل إليه بول فى نظريته للأصناف هو تصورات الجمع المنطقى والضرب المنطقى وإن كان قد صاغها فى رموز جبرية^(١).

ح- حاول جيفونز وبيرس وشرويدر وهنتنجتن تطوير منطق بول فى نواح مختلفة، إذ صححوا بعض أفكاره عن الثوابت التى استخدمها وأضافوا ثوابت أخرى غفل عنها، ومن ثم صححوا بعض القوانين المنطقية التى صاغها؛ كما حاولوا إقامة نظرية الأصناف فى نسق استنباطى؛ لكننا نلاحظ أنهم كانوا جميعاً يكتبون نظريتهم المنطقية على نموذج جبرى. نعم بذل بيرس وشرويدر جهداً ضخماً فى إقامة نظرية العلاقات كما كانت لهما أفكار أصلية فى نظرية حساب القضايا، لكن كانت جهودهم محدودة، وفى طريق علم الجبر إذا قيست بجهود فريجة فى تلك الميادين.

د- كان يوجد اتجاه آخر لتطوير المنطق الرمزى، غير اتجاه بيرس وشرويدر، لا يتخذ نظرية بول نقطة البدء، ومن ثم لا يصطنع النموذج الجبرى - كان اتجاه إقامة منطق جديد يكون أساساً تشتق منه التصورات الأساسية للرياضيات كلها، بما فيها علم الجبر - وهو الاتجاه اللوجستيقى؛ ولكى يحقق هذه الاتجاه هدفه، يلزم أن يكون علم المنطق محتوياً على أفكار منطقية خالصة: لقد بدأ فريجة هذا الاتجاه وشاركه فيه بيانو وتلاميذه ومن ثم طوره أصحاب برنكيا من بعده، لقد

(١) انظر الفصل السادس.

بدأ فريجة جهده الضخم بإقامة مبادئ نظرية حساب القضايا، ثم اتخذها أساساً لنظريات أخرى، من بينها نظرية بول في الأصناف مطورة؛ ونلاحظ أيضاً أن فريجة وبيانو قد أشارا إلى خطأ بعض المواقف المنطقية لبيرس وشرويدر.

هـ- قرأ رسل أعمال بول ومدرسته، وأفاد من مواقفها التي ثبت صحتها؛ وأفاد من مواقف فريجة وبيانو، وأهم هذه المواقف إقامة نظرية الأصناف على أساس نظرية حساب القضايا ولم يقف أصحاب البرنكيبا عند حد التوفيق بين المدرستين وإنما طوروا هذا الاتجاه أكثر مما أتى عليه رواده، كما طوروا نظرية الأصناف في حساب منطقي كنسق استنباطي، مستفيدين مما أضافه فريجة وبيانو.

٩٧- الصنف ودالة القضية:

أ- رأى رسل في مبادئ الرياضيات أن حساب الأصناف كنسق استنباطي يبدأ بثلاثة أفكار أولية: صنف، وعضوية الفرد في صنف membership of a class، ودالة القضية، وقد أخذ الأولى والثانية عن بيانو وأضاف هو الثالثة^(٢). لكننا نلاحظ تطور موقف رسل هنا. إذ رأى أصحاب البرنكيبا أنه ليس لحساب الأصناف أفكاراً أولية غير الأفكار الأولية لحساب القضايا^(٣)، ومن ثم أصبحت الأفكار الثلاثة السابقة مما تقبل التعريف. ونلاحظ من جهة أخرى أن تعريف (صنف) في برنكيبا يفترض فكرة دالة القضية.

ب- يقدم برنكيبا للصنف تعريفين: تعريفاً من زاوية الماصدق definition by extension، وتعريفاً من زاوية المفهوم definition intension، ويرتبط التعريف الأول بدالة القضية، والثاني بالرموز الناقصة ولنبدأ بالتعريف الماصدق

(2) Principles of Mathematics, pp. 18-19.

(3) Principia, p. 24.

للصنف. (الصنف هو كل الأشياء التي تجعل قضية ما صادقة ومن ثم تحدد كل دالة قضية صنفًا، بالرغم من أنه إذا كانت دالة القضية كاذبة دائمًا، يصبح الصنف فارغًا - نعى ألا يكون له أعضاء)^(٤). ويقول رسل أيضا (كل صنف تحدده دالة من دالات القضايا التي تكون صادقة على أعضائه وكاذبة على غيرهم)^(٥)، والمقصود بهذين التعريفين أن كل الحجج الصادقة لدالة ما تؤلف صنفًا. خذ دالة القضية (هـ إنسان): يمكنك أن تعوض عن المتغير بقيمة، قد نقول سقراط أو أفلاطون أو زيد أو عمرو ... إلخ، حينئذ تكون الدالة صادقة ؛ نقول عن هؤلاء الأفراد إنهم يؤلفون صنفًا، افرض أنك عوضت عن المتغير بقيمة أخرى مثل (الهرم الأكبر) أو (معبد دلفي) أو (جبل المقطم)، فإن الدالة تكون كاذبة، ومن ثم لا تدل هذه العبارات إلا على ما يدخل في أعضاء الصنف الذي لدينا وإن ما يحدد الصنف إنما أفراده أو أعضاؤه، وما يحدد أعضاء الصنف حجج صادقة لدالة ما من دالات القضايا ويزيد رسل هذا المعنى للصنف توضيحًا: إذا كان لدينا صنفان، كل أعضاء أحدهما أعضاء في الثاني، ولا يوجد عضو في الثاني ليس عضوا في الأول، ها هنا لدينا صنف واحد لا صنفان^(٦). ومن جهة أخرى، يحدد الصنف الفارغ كل الدالات الكاذبة دائما.

٩٨- الصنف والرمز الناقص

أ- نلاحظ أن رسل كان قد وصل إلى التعريف الماصدقي للصنف في مبادئ الرياضيات^(٧)، وفي ذلك يتفق في تعريفه للصنف مع بول وبيرس وشرويدر، لكننا نلاحظ أيضا أن رسل كان يعتنق في الكتاب السابق الاتجاه الواقعي للأصناف،

(٤) Ibid., p. 23.

(٥) I. M. P., p. 183.

(٦) Ibid. p. 185.

(٧) Principles, pp. 69, 80.

إذ ميز بين الصنف class وتصور الصنف class-concept: فحدد الصنف بأفراده، لكن كلمة (صنف) لا زالت تدل على تصور، ويؤلف تصور الصنف مع تصورات الأعداد والعلاقات والنقط... إلخ عالما واقعيا موضوعيا مستقلا لا نخلقه وإنما نكتشفه⁽⁸⁾. وهذان موقفان متناقضان في مبادئ الرياضيات (تعريف الصنف بما صدقه والنظرية الواقعية بالمعنى الأسكولائي لوجود الصنف). تخلص رسل من هذه النظرة الواقعية حين وصل إلى نظريته الوصفية، لكنه رأى في نفس الوقت أن التعريف الماصدقي للتصنيف غير كاف، ذلك لأنه لا يمكننا من تناول الأصناف اللانهائية، ويجعل التمييز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو أمرا صعبا، كما يجعل فهم الصنف الفارغ مستحيلا⁽⁹⁾ ولقد رأى رسل حينئذ ضرورة تعريف الصنف من زاوية المفهوم أيضا، وأن يكون مساندا للتعريف الماصدقي حيث يقوم التعريف المفهومي للصنف على فكرة الصنف كرمز، وقد وصل رسل إلى هذه الفكرة مبكرا حين وصل إلى نظرية الأوصاف، وأثبتها أصحاب البرنكيبا في كتابهم المشترك.

ب- (رموز الأصناف - كرموز الأصناف - في نسقنا رموز ناقصة يجرى عليها التعريف حين نستخدمها، لكننا نفترض أنها لا تعنى في ذاتها شيئا على الإطلاق إنما تعنى أن استخدام هذه الرموز يقبل التعريف بحيث أنه حين نضع التعريف بدلا من المعرف، لا يبقى بعد ذلك أي رمز مما نفترض أنه يمثل صنفا، ومن ثم ليست الأصناف - كما نستخدمها - سوى مواضع رمزية أو لغوية، لا أشياء حقيقية، كما أن أعضائها أشياء واقعية وإن كانت أفرادا)⁽¹⁰⁾.

(8) Ibid., pp. 449-50.

(9) I. M. P., p. 183.

(10) I. M. P. p. 182. أيضا Principia, I, pp. 71-2.

يدل هذا النص على أن برنكبيا تحول عن واقعية الأصناف، وأن الصنف ليس شيئا له وجود في عالم آخر، ومن ثم فليس (صنف) اسم علم، ومن ثم لن تكون رمزا تاما، ووصل أصحاب الكتاب إلى ذلك الموقف بعد أن أدرك رسل أن الصنف رمز ناقص. تكتسب كلمة (صنف) معنى باستخدامنا لها في سياق معين، أى حين تدخل الكلمة الدالة على صنف في قضية عن ذلك الصنف. لقد سبق لرسل أن أثبت أن العبارة الوصفية ليست اسم علم، لأنها تختفى بترجمة القضية التي ترد فيها تلك العبارة إلى دالة قضية؛ وقد رأى أصحاب برنكبيا الآن نفس الشيء بالنسبة لرموز الأصناف حيث يختفى رمز الصنف من القضية التي يرد فيها، بمعنى أن كل قضية عن صنف ما إنما هي قضية من القيم التي تجعل دالة القضية صادقة. خذ مثالا. القضية (صنف الناس المهتمين بالمنطق الرياضى ليس كثير العدد) تكافئ (لا يهتم بالمنطق الرياضى عدد كبير من الناس). هيا نستبدل (عدد كبير) بعدد محدد، مثل العدد ٣؛ حينئذ تصبح قضيتنا (المهتمون بالمنطق الرياضى ليسوا ثلاثة)؛ ويمكن التعبير عن القضية الأخيرة في الصورة التالية: إذا كان (هـ) مهتما بالمنطق الرياضى، (و) مهتما بالمنطق الرياضى، فإن هـ هو و، أو هـ هو و، أو و هو و، ومن ثم اختفت كلمة (صنف)^(١١) وبين هذا المثال أنه يمكن رد القضية التي تحوى رمزا لصنف إلى قضية مركبة عن قيمة لدالة قضية. ولقد أمكن لأصحاب برنكبيا - نتيجة موقفهم من الصنف كرمز ناقص - أن يعطوا تعريفا لوجود الصنف: فتقول عن صنف ما إنه موجود حين يوجد شيء واحد على الأقل مسا يكون عضوا في هذا الصنف؛ (الصنف أ موجود) تضمن أن (هـ هو أ صادقة) وحينئذ أمكنهم

(11) Russell, Our Knowledge of the External World, London, revised and reset, reprinted, 1961, pp. 221-2.

إعطاء تعريف للصنف الفارغ بأنه ما ليس له أفراد، أو أنه صنف غير موجود بالمعنى السابق^(١٢). لقد سبق لرسل في تاريخه وفي حياته أن أعلن أن من بين الأفكار الأساسية التي يدين فيها بالفضل لبيان فكرة تعريف وجود الصنف).

٩٩- المصطلح الرمزي:

نشير الآن إلى المصطلح الرمزي لحساب الأصناف في برنكيا، وأغلب مفردات المصطلح مستعار من مصطلح بيانو: (١) عضوية الفرد في صنف، ورمزها ε ^(١٣). (٢) أعضاء الصنف، ونرمز لها بالحروف: هـ، و، ي (z, y, x). (٣) الأصناف ونرمز لها بالحروف أ، ب، ج (وكان أصحاب البرنكيا يستخدمون الحروف الثلاثة الأولى من اللغة اليونانية): فإذا أردنا وضع القضية (سقراط إنسان) أو (سقراط عضو في صنف الناس) في صيغة صنفية رمزية، قلنا (هـ ε أ): $(X \varepsilon A)$ (٤) سلب الصنف، ورمزه (-) (أ -): $(- a)$ ونقرؤه: لا أ؛ ويعني سلب الصنف صنف الأفراد الذي يجعل القضية (هـ ε أ) كاذبة؛ فإذا أردنا سلب هذه القضية كتبناها (هـ ε - أ) أو (هـ - ε أ) $(X - \varepsilon A)$ ونقرؤها: (هـ ليست عضوا في الصنف أ). (٥) الضرب المنطقي بين الأصناف، وهذا يقابل فكرة الربط في حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الربط في حساب القضايا، كما يستخدم رمزا جديدا هو \cap من ثم فالصيغة (هـ ε أ. هـ ε ب) $X \varepsilon A. X \varepsilon B$ نقرؤها: (هـ عضو في أ وب معا، والصيغة (أ \cap ب = ك) (هـ ε أ. هـ ε ب): $(X \varepsilon A. A \varepsilon B) = (X \cap B)$ تعني أنه بالنسبة إلى كل أفراد هـ فإن هـ عضو في أ وب معا. إن الضرب المنطقي بين صنفين هو الجزء المشترك

(12) Principia, i, p. 29.

(13) سوف نستخدم الثوابت في حساب الأصناف هنا بنفس رسومها في برنكيا، أما المتغيرات فإننا نستخدم حروف اللغة العربية المقابلة للحروف المستخدمة في ذلك الكتاب.

بينهما أو الصنف المؤلف من الأفراد التي تكون أعضاء في كليهما؛ (الشباب الجامعي) تعبير يمثل صنف الشباب الذين هم أعضاء في صنف الجامعيين، أو صنف الجامعيين الذين هم أعضاء في صنف الشباب. (٦) الجمع المنطقي بين الأصناف، وهذا يقابل فكرة الفصل في حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الفصل في حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الفصل في حساب القضايا، كما الرمز \cup ؛ ومن ثم فالصيغة (هـ \cup أ هـ \cup ب) : $(X \in A \vee X \in B)$ نقرأها: هـ عضو في الصنف أ أو الصنف ب أو فيهما معا؛ ومن ثم فالصيغة أ \cup ب = ك (هـ \cup أ هـ \cup ب) : $(X \in A \vee X \in B)$ ونقرأها: (الصنف "أ" أو "ب") يعني أنه بالنسبة إلى كل أفراد "هـ" فإن "هـ" عضو في الصنف "أ" أو في "ب" أو فيهما معا. إن الجمع المنطقي بين صنفين هو صنف الأفراد الذين هم أعضاء في صنف أو في صنف آخر أو فيهما معا؛ "الآباء أو الحريصون على فائدة الشباب": مثل على جمع منطقي بين صنفين. (٧) الاحتواء والمقصود به احتواء صنف في صنف آخر، ويقابل فكرة التضمن في حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز التضمن في حساب القضايا كما يستخدم الرمز \subset ، ومن ثم فالصيغة:

"أ \subset ب = هـ \cup أ هـ \subset ب)، تعني أن الصنف "أ" محتوي في الصنف "ب" يكافيء القول أن أعضاء الصنف أ متضمنون في أعضاء الصنف ب. (٨) يستخدم حساب الأصناف فكرة التكافؤ ورموزه في حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية، كما سنرى؛ لكنه يستخدم فكرة الهوية identity لتقابل فكرة التكافؤ في حساب القضايا، ويرمز لها بعلامة المساواة. مثال: (أ = ب) تعني أن الصنف "أ" والصنف "ب" صنف واحد لا اثنان، إذا كان كل أعضاء الصنف أ أعضاء في الصنف

ب، وكل أعضاء الصنف ب هم أعضاء في الصنف أ، ومن ثم الصيغة " $\text{هـ} \in \text{أ} \equiv \text{هـ}$ " $\text{هـ} \in \text{ب}$ ^(١٤).

(٩) يرمز حساب الأصناف إلى (وجود الصنف) بالصيغة ج! أ (\exists ! a)

فحين نقول عن صنف ما أنه موجود، نعني إنه يوجد مثل واحد على الأقل مما يكون عضواً في ذلك الصنف، ويتخذ التعبير عن وجود الصنف الصيغة "ج! أ = جـ" ($\text{هـ} \in \text{أ})$ " $\text{هـ} \in \text{أ} = (\exists X) X \in \text{أ}$ " ^(١٥).

١٠٠ - التعريفات:

لا يستخدم حساب الأصناف - عند أصحاب البرنكيا - أفكاراً أولية غير فكرة دالة القضية (وإن كانت هذه الفكرة موضوع تعريف في حساب دالات القضايا)، كما قلنا؛ لكننا نجد في هذا الحساب تعريفاً لأفكار السلب وللفضل والتضمن والربط والتكافؤ، وقد سبقت منا الإشارة إلى بعض هذه التعريفات حين ذكرنا المصطلح في حالات سلب الصنف والضرب والجمع والاحتواء وفيما يلي تعريفات حساب الأصناف:

$$(١) \quad \text{السلب ك "هـ} - \text{أ} = - (\text{هـ} \in \text{أ}) \text{"}$$

$$x - \text{أ} = - (x \in \text{أ})$$

"هـ ليست عضواً في أ" تعني "أن من الكذب أن نقول أن هـ عضواً في أ".

$$(٢) \quad \text{عضوية الفرد في صنف: "هـ} \in \text{أ} = \text{هـ} \in \text{أ.و} \text{" ؛ "هـ} \in \text{أ} \text{، وأعضاء}$$

في الصنف أ" تعني أن "هـ عضواً في أ وأن وعضواً في أ".

^(١٤) Principia. I. Pp. 25-8.

^(١٥) Abid, p. 29.

(٣) الضرب المنطقي: "أ n ب = ك (هـ ع أ. هـ ع ب)"; إن حاصل الضرب المنطقي بين صنفين "أ" و "ب" هو كل الحدود التي تكون أعضاء في كليهما، ومن ثم نصل إلى الصيغة:

"هـ ع أ n ب ≡ هـ ع أ. هـ ع ب"، أي أن هـ عضو في الضرب المنطقي للصنفين أ، ب تكافئ أن هـ عضو في الصنفين أ، ب معا.

(٤) الجمع المنطقي "أ n ب = ك (هـ ع أ V هـ ع ب)"; إن الجمع المنطقي بين صنفين ب أو فيهما معا، ومن ثم نصل إلى الصيغة: "هـ ع أ n ب ≡ هـ ع أ V هـ ع ب".

(٥) الاحتواء "أ ⊆ ب = هـ ع أ ⊆ هـ ع ب" (١٦)

١٠١ - قضايا مشتقة:

بعد التعريفات، تأتي المصادرات؛ ويقول أصحاب البرنكيا أن هنتنجتون Huntington قد أحصى المصادرات اللازمة لنظرية حساب الأصناف (أو جبر الأصناف كما كان يسميها) عام ١٩٠٤، ونحيل القارئ على برنكيا لبيان تفصيلها (١٧). لكننا نذكر فيما يلي بعض القضايا التحليلية في حساب الأصناف - في برنكيا والتي صيغت على نموذج حساب القضايا.

(١) أ n ب = - (أ - u ب)، وهي شبيهة بالصيغة ق. ل ≡ - (ق - V ل) (الضرب المنطقي أو الربط).

(16) Ibid., pp. 25, 27, 205.

(17) Ibid., p. 205-6. انظر أيضا:

Kneale, The Development of Logic, pp. 423-7.

(٢) هـ ε (أ \cup -أ)، ونقرؤها: هـ عضو في الصنف أ أو الصنف لا أ: وهي شبيهة بالصيغة ق V - ق (الثالث المرفوع).

(٣) هـ - ε (أ \cap -أ)، ونقرؤها: هـ ليست عضوا في الصنف أ وفي الصنف لا أ معا، وهي شبيهة بالصيغة - (ق. - ق) (عدم التناقض).

(٤) أ = - (أ)، وهي شبيهة بالصيغة ق \equiv - - ق (السلب المزدوج).

(٥) أ \supset ب \equiv ب - - أ، وتشبه (ق \supset ل) \equiv (- ل \supset - ق)

(٦) أ = ب \equiv - أ = - ب، تشبه (ق \equiv ل) = (- ق \equiv - ل)

(٧) أ = أ \cap أ، وتشبه الصيغة ق \equiv (ق. ق)

(٨) أ = أ \cup أ، وتشبه الصيغة ق \equiv (ق V ق)

نلاحظ أن القضية (٥) هي التعبير في نظرية الأصناف عن القياس الشرطي المتصل من نوع نفى المقدم، وأن القضية (٦) لا مثيل لها في المنطق التقليدي وإنما لها مقابل في حساب القضايا وأن القضيتين (٧) و (٨) صورتان لقانوني تحصيل الحاصل.

(٩) أ \supset ب \supset ب \supset أ \supset ح، وتشبه في حساب القضايا الصيغة:

(ق \supset ل. ل \supset م) \supset (ق \supset م)، وهي إحدى صور الضرب الأول من

الشكل القياسي التقليدي.

(١٠) هـ ε ب. ب \supset ب \supset ح هـ ε ح، وتعبّر هذه الصيغة عن حالة أخرى

من صور الضرب الأول من الشكل الأول للقياس، وهو حالة ما إذا كانت المقدمة الصغرى شخصية^(١٨).

(18) Principia, I, p. 28.

لقد أتم برنكيا وضع نظرية الأصناف في نسق استنباطي أي على نموذج
النسق الاستنباطي لحساب القضايا والاستعانة بما قدمه هنتنجن ويظل يمضي بعدها
في تقديم النظريات والبرهان عليها.^(١٩)

(١٩) نجد تفصيل هذه البراهين في برنكيا - الجزء الأول ص ٢٠٦ - ٢١٤.

الفصل الثامن عشر

منطق رسل ووايتهد (٦)

نظرية العلاقات

١٠٢ - مقدمة :

لنظرية العلاقات - كنظرية حساب الأصناف- عند أصحاب البرنكيا جانبان: جانب رياضي وآخر منطقي، ويتعلق الجانب الأول بالموقف اللوجستيقي في رد العلاقات بين التصورات الرياضية الأساسية إلى علاقات منطقية خالصة، ولن نقول عن هذا الجانب شيئاً، وإنما نكتفي بإيجاز الجانب المنطقي من النظرية. نظرية العلاقات شبيهة بنظرية الأصناف من عدة وجوه: في مصطلحها الرمزي مع تغييرات بسيطة، وفي نسقها الاستنباطي واتخاذها نظرية حساب القضايا أساساً لها، وفي النظر إلى العلاقات على أنها أيضاً ناقصة لا كائنات موضوعية قائمة في عالم فكري مستقل عنا على المنطق التقليدي، وأنها أكثر نظريات المنطق الرمزي حداثة حيث نجد أول إشارة لها عند دي مورجان حين يدرس بعض العلاقات بين الحدود كالهوية والتعدي والعكس والسلب، واستخرج خواصها كما درس علاقات الربط والفصل بين تلك العلاقات^(١). لكن يعتبر بيرس أول من ساهم في إقامة نظرية منطقية في العلاقات كنموذج جبر الأصناف عند بول، ومطوراً لأفكار دي مورجان، إذ أضاف إلى دي مورجان علاقتي الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات، كما قدم

(١) انظر الفقرات ٢٣-٢٥.

أول محاولة لجعل منطق العلاقات في حساب منطقي^(٢). ولقد طور شرويدر جهود بيرس في بناء ضخيم بحيث وسع في نظرية الأصناف والعلاقات وأضاف أفكاراً أصيلة في منطق حساب القضايا وحساب المحمول وإن كان قد أقامها على نموذج جبري ومن ثم جاءت فجة محتاجة إلى تطوير. لقد قرأ رسل منطق بيرس وشرويدر ورأى مبكراً في مبادئ الرياضيات أن منطقهما معقد وصعب للغاية كما أنه لا يهتم بالبحث في أصول الرياضيات إلا عرضاً؛ ووجد رسل أن لبيان أفكاراً أكثر أصالة وعمقا في كل النظريات السابقة مما ذهب إليه بيرس وشرويدر، لكنه لاحظ في نفس الوقت أن ليس لبيانو نظرية كاملة في حساب العلاقات، ومن ثم عكف على وضع أسس منطقية لنظرية العلاقات يستخدم فيها مصطلح بيانو الرمزي ويستعين بأفكاره المنطقية في حساب القضايا والأصناف فنشر بحثاً أصيلاً عن العلاقات المنطقية وصلتها بالرياضيات عام ١٩٠١، وقد جذب هذا البحث انتباه وايتهد مما حفزه إلى التفكير في تعاون رسل معه في عمل مشترك، فكان تأليف برنكيبيا^(٣).

١٠٣ - منطق العلاقات عند بيرس وشرويدر

يعرف بيرس وشرويدر العلاقات على أنها "صنف لأزواج" a class of couples^(٤)، أو "جمع أزواج من الأفراد" a sum of pairs of individuals^(٥) ومن الواضح أن هذا التعريف يناسب العلاقة الثنائية، لكن يمكن ملاءمته ليتسق مع

(٢) نشر بيرس أبحاثه في منطق الأصناف والعلاقات في مجموعة مقالات (١٨٧٠ - ١٩٠٣)، مما نجده في الجزء الثالث من أبحاثه المنشورة بعنوان:

The Collected Papers of C. S. Peirce, ed. By Harishorne and p. weiss, Harvard, 1931-35.

(٣) انظر الفقرة ٦٥ ب.

(٤) Principles, p. 24.

(٥) Logic and Knowledge, The Logic of Relations, p. 3.

العلاقة الثلاثية والرباعية وهكذا ومن الواضح أيضا تعريفهما للعلاقة كان عن طريق فكرة الصنف: افرض أن لدينا فردين هـ، وبينهما علاقة ع، وإنا أخذنا فردين آخرين لهما نفس العلاقة ع، فإننا نقول حينئذ أن ع تؤلف صنفا لعدة أزواج من الأفراد، بين كل زوج منها نفس العلاقة، كعلاقة الزواج والمساواة... إلخ. لقد قدم رسل بعض اعتراضات على هذا التعريف للعلاقات: (أ) تصبح العلاقات نوعا من الأصناف، ومن ثم يمكن رد قضايا العلاقات إلى قضايا أصناف، بينما يختلف النوعان من القضايا ويتميزان.

(ب) يتجه هذا التعريف بالعلاقات اتجاهها ما صديقا خالصا، بينما رأى رسل أن تعريف الصنف والعلاقة بالماصدق غير كاف، (ج) لقد أصبح حساب العلاقات حسب التعريف الماصدقي بالغ التعقيد، لأن تناول أى علاقة يقتضى التعبير عنها بصيغ طويلة تتألف من أصناف متتابعة لأعضاء أصناف، ومن ثم لا تتضح دلالة تلك الصيغ فى لغة رمزية، (د) لم يستطع بيرس وشرويدر أن يميزا بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف فى صنف آخر مما يكشف عن أخطاء منطقية فى قضايا العلاقات (وهذا التمييز كشف عنه فريجة وبيانو)^(٦).

١٠٤ - ما العلاقة؟

نلاحظ أن أصحاب البرنكبيا يعرفون العلاقة تعريفا بالماصدق والمفهوم معا. و"ينبغى تناول العلاقات كالأصناف - من ناحية الماصدق ونعنى أنه إذا كانت ع، ط علاقتين تقومان بين زوج واحد من الحدود، فإن العلاقتين ع، ط علاقة واحدة. ويمكن النظر إلى العلاقة - بما يخدم أغراضنا - على أنها صنف الأزواج، نعنى أن

⁽⁶⁾ Principles, pp. 10, 24.

الزوج (هـ ، و) أحد أعضاء صنف الأزواج الذى يؤلف العلاقة ع، إذا كانت هـ على علاقة ع مع و. سوف لا تقدم هذه النظرة إلى العلاقات كأصناف أزواج - على أى حال - فى تناولنا الرمزي فإننا نذكرها فقط لكى تبين أن من الممكن فهم معنى أن ما يحدد العلاقة هو ما صدقاتها^(٧).

لكن يستدرك أصحاب البرنكيا فيقولون: (..... لهذا الزوج معنى - نعى أن الزوج (هـ ، و) يختلف عن الزوج (و ، هـ) ما لم يكن هـ = و. وسوف نسميه.. زوجا مرتبا^(٨) ويتفق أصحاب البرنكيا مع بيرس وشرويدر فى تعريفهما للعلاقة تعريفا ما صدقيا، أى أنها صنف لأزواج من الأفراد، لكنهم يضيفون أنه يجب أن يكون للعلاقة أيضا تعريف بالمفهوم، أى أن يكون لها معنى sense: يجب أن يكون للعلاقة اتجاه معين، أو ما عبروا عنه بالزوج المرتب ordered pair؛ ومن ثم فعنصر الترتيب فى وضع أفراد العلاقة هو المقصود بالتعريف المفهومى للعلاقة^(٩).

١٠٥ - أهم تصورات العلاقات:

لن ندون هنا نظرية أصحاب البرنكيا فى حساب العلاقات، لأنه قصد بها أن تكون وسيلة لتحليل جديد للتصورات الرياضية الأساسية ثم ردها إلى تصورات منطقية بحتة - كما يتضح من قراءة الجزئين الثانى والثالث من كتابهم، ولا صلة مباشرة لذلك بتطور المنطق الرمزي. لكن رسل دون تحليلاً لأهم تلك التصورات للعلاقة خالياً من اللغة الرياضية فى آخر كتبه (تطورى الفلسفى)، نوجزه فيما يلى:

(7) Principia, I, p. 26.

(8) Ibid., p. 26.

Sdtebbing, op, cit., p. 112

(9) P. D., pp. 87-8 وأيضا:

(١) صنف الحدود التي تكون على علاقة ع (R) مع حد آخر و (Y) مثل .

والد و.

(٢) صنف الحدود التي يكون حد ما (هـ X) على علاقة ع معها، مثل أولاد

هـ.

(٣) نطاق العلاقة domain of a relation وهو صنف كل الحدود التي

تكون لها العلاقة ع مع شيء ما، مثل صنف (الناس الذين لهم أولاد).

(٤) النطاق العكسي لعلاقة ما converse domain of a relation، وهو

صنف كل الحدود التي يكون شيء ما على علاقة ع معها، مثل: صنف

(كل الناس الذين لهم آباء).

(٥) ميدان العلاقة field of a relation، وتتألف من نطاق العلاقة ونطاقها

العكسي معاً، مثل: كل إنسان يكون والدا وكل إنسان يكون ابناً.

(٦) عكس العلاقة converse of relation، ويقوم بين و ، هـ مثلما تقوم

العلاقة ع بين هـ، و، مثل ".....أ ب لـ..." "عكس العلاقة" ...ابن

لـ..."

(٧) الضرب النسبي بين علاقتي ع، ط (R, S) ويقوم بين هـ، ي. (X, Z)

حين يوجد أوسط و (Y) بحيث أن هـ على العلاقة ع مع و، وأن و على

العلاقة ط مع ي؛ نقول عن (جد) أنها الضرب النسبي بين والد و وله؛

مثل آخر على الضرب النسبي هو "زوج الابنة". إذا رمزنا إلى "زوج"

بالعلاقة ع، وإلى "ابنة" بالعلاقة ط، فإن العلاقة (ع / ط) (وهي رمز

الضرب النسبي) تقوم بين شخصين هـ ، وإذا كان يوجد شخص ثالث
ي بحيث أن هـ زوج وأن ي ابنة و.^(١٠)

(٨) الجمع plurals، ويعرفه رسل بأنه إذا كان لدينا صنف ما مثل أ (a)،
فإنه يمكن تكوين صنف كل الحدود التي لها العلاقة ع مع أحد أعضاء
أ، مثل: آباء طلبة الجامعة^(١١).

١٠٦- أنواع العلاقات

حين تناول أصحاب البرنكيبيا، حساب العلاقات وقدموا تحليلا جديدا
للعلاقات القائمة بين عناصر القضية الرياضية، واكتشفوا مناهج جديدة للاستنباط
الرياضي، كانوا يستخدمون أنواعا مختلفة من العلاقات دون تعريفها، لكن رسل وضح
هذه الأنواع للعلاقة في كتب أخرى في سياقات مختلفة، نوجزها فيما يلي: لقد
صنف رسل العلاقات على أسس مختلفة: (١) علاقات تماثلية، علاقات لا تماثلية،
علاقات بين بين؛ (٢) علاقات متعددة، علاقات لازمة، علاقات بين بين، (٣) علاقات
ثنائية، علاقات ثلاثية، علاقات رباعية؛ (٤) علاقة واحد بواحد، علاقة واحد بكثير،
علاقات ثلاثية، علاقة كثير بواحد، علاقة كثير بكثير. ونوضح كل نوع على النحو
التالي:

(١) أ- العلاقة التماثلية symmetrical relation وتقوم بين حدين هـ ،
وبحيث يمكن أن تقوم هي ذاتها بين و ، هـ أمثلة المساواة، اللامساواة المشابهة،

Tarski, Introduction to Logic, p, 93.

^(١٠) المثل الأخير مأخوذ من:

^(١١) I. M. P., pp. 16-32 وأيضا P. D. pp. 88-9

الاختلاف، أخ، أخت، ابن عم؛ إذا كان هـ أخ و، فإن و أخ هـ، وإذا كان هـ = و فإن
و= هـ.

(١) ب- العلاقة اللاتماثلية asymmetrical relation وتقوم بين هـ ، و
بحيث لا يمكن قيامها هي ذاتها بين و، هـ؛ أمثلة: فوق ، تحت، يمين، يسار، قبل ،
بعد. أكبر، أصغر، أسبق زمنا، أب، جد؛ فإذا كان "هـ" أب "و" فلا نستطيع القول
أن "و" أب "هـ".

(١) ح- العلاقة بين بين^(١٢) non- Symmetrical relation، وهي علاقة
قد تكون تماثلية وقد لا تكون، مثل (أخ) فإذا كان هـ أخ و، فقد لا يكون و أخ هـ،
لأنه قد يحدث أن و أخت هـ؛ ومن الأمثلة أيضا: يتضمن، صديق لـ، يحب، يكره،
أخت لـ.

(٢) أ- العلاقة المتعدية transitive relation، وهي التي إذا كانت تقوم
بين "هـ"، و كما تقوم ذاتها بين "و"، "ى" فإنها تقوم بين "هـ"، "ى"؛ أمثلة: قبل ،
بعد ، أكبر من، أصغر من، فوق، تحت، يسبق، يعاصر. نلاحظ أن هذه العلاقات متعدية
ولا تماثلية، لكن توجد علاقات متعدية وتماثلية مثل المساواة والمثابرة.

(٢) ب- العلاقة اللازمة intransitive relation، وتقوم بين "هـ"، و
وكما تقوم بين "و"، "ى"، لكن لا تقوم بين "هـ"، "ى"؛ أمثلة: أب لـ، متناقض لـ؛
فإذا كان "هـ" أب "و"، "و" أب "ى" فلا يعنى ذلك أن "هـ" أب "ى".

(١٢) لم نستطع ترجمة كلمتي non- transitive, non- symmetrical ترجمة عربية دقيقة تفنى
بمقصود رسل، نلاحظ أيضا بعض كتب المنطق تعطى لهاتين العلاقتين معنى مختلفا عما رآه رسل:
العلاقة الأولى هي ما لا تكون تماثلية ولا تماثلية؛ والعلاقة الثانية هي ما لا تكون متعدية ولا لازمة؛
انظر:

I. M. Copi, Symbolic Logic, p. 142.

(٢) ح- العلاقة بين بين non- transitive relation، وهى ما قد تكون متعدية وقد لا تكون مثل: أخ، صديق لـ، مختلف، أخ الأخ ليس أخا وإنما هو نفس الشخص.

يلاحظ رسل أن التصنيف السابق ذكره يؤكد التمييز الأساسى بين القضية الحملية وقضية العلاقة، نعم هنالك وجهة فى القول برد قضية العلاقة التى تحوى علاقة تماثلية أو تماثلية متعدية إلى قضية حملية، فإذا قلنا أن $a = b$ ، $b = a$ ، أو أن $a = b$ ، $b = c$ ، إذن $a = c$ فإننا نحمل خاصة على a وهى مساواة b بها، ويمكننا أيضا رد قضية العلاقة التى تنطوى على علاقة تماثلية غير متعدية إلى قضية حملية، لأنه يمكننا حمل خاصة عدم المساواة مثلا على حد معين. لكن من المستحيل أن نرد قضية علاقة لا تماثلية إلى قضية حملية: حين نقول أن "أ" أكبر من "ب" فإننى أحكم أن "أ" و "ب" لهما مقداران مختلفان؛ إننا نستطيع حمل خاصة عدم مساواة "ب" بالقياس إلى "أ"، لكن لكى نحدد مقدار عدم التساوى، أى لنى نحدد أن أحدهما أكبر أو أصغر من الآخر فلن نستطيع استبعاد استخدام (أكبر) أو (أصغر)، ومن ثم نجد لدينا حدين بينهما علاقة، بلا إسناد خاصة إلى حد واحد^(١٣).

(٣) قد تربط العلاقة بين حدين، وتسمى حينئذ علاقة ثنائية dual or dyadic relation والعلاقات السابق ذكرها ثنائية؛ وقد تربط العلاقة بثلاثة حدود، وتسمى علاقة ثلاثية triple of triadic relation، مثال: بين، يعطى، مدين لـ، مثلما نقول إن أ يقع بين ب و ج؛ وقد تربط أربعة حدود، وتسمى حينئذ علاقة رباعية

(13) Russell, Our Knowledge of The External World, pp. 56-9.

quadruple of triadic relation مثال: أتسنى أن تقنع مصطفى بزواج ثريا (هنا أربعة حدود: أنا، أنت، مصطفى، ثريا)^(١٤).

(٤) أ- علاقة واحد واحد one - one relation، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر على الأكثر. افرض أننا نعيش في مجتمع يسوده زواج الرجل بزوجة واحدة فقط، وزواج المرأة برجل واحد فقط، فإن كل عضو من صنف الأزواج يقابله عضو واحد في صنف الزوجات، وتكون العلاقة بين كل زوجين علاقة واحد بواحد؛ وقد كان لهذه العلاقة شأن كبير في تعريف فريجة ورسل من بعده تعريفًا منطقيًا للعدد، عن طريق تشابه الأصناف، ومعنى التشابه هنا هو علاقة واحد بواحد، أي أن كل عضو من صنف ما يقابله عضو آخر من صنف آخر بلا زيادة أو نقصان.

(٤) ب- علاقة واحد بكثير one-many relation، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر مثل والد، ضعف، جذر تربيعي، ملك، رئيس جمهورية، ونلاحظ أنه ينشأ عن تلك العلاقة (الدالات الوصفية) في الرياضيات.

(٤) ج- علاقة كثير بواحد many-one relation، وتقوم بين أكثر من حد في طرف، وحد واحد على الأكثر في طرف آخر، مثال: ابن، مربع العدد السالب.

(٤) د- علاقة كثير بكثير many-many relation، وتقوم بين عدة حدود في طرف، وعدة حدود في طرف، مثل رعايا الملوك.^(١٥)

(١٤) Ibid., pp. 59-60.

(١٥) Stebbing, op[. Cit., pp. 166-74; P. D. pp. 89-90; I. M. P. pp. 15-16, 44، وأيضا زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، ج ١، الطبعة الرابعة، القاهرة، ١٩٦٥، ص ١٤٩ - ١٧٦؛ وأيضا محمد عبد الرحمن بدوي: المنطق الصوري والحديث، الطبعة الثانية، القاهرة، ١٩٦٣، ص ١٨٣-٢٩٢.

١٠٧ - نظرة عامة على جهود رسل وأصحاب البرنكبيا فى المنطق

هنالك طرق مختلفة لتقويم التطور الذى دفع به أصحاب البرنكبيا المنطق الرمزي أكثر مما فعل السابقون، سنختار هنا الطريق الآتى فى الحكم على تطويرهم للمنطق، ونوجزه فى العناصر التالية: (أ) نقط أصيلة لم ترد عند السابقين. (ب) تطوير نظريات المنطق الرمزي. (ج) رفض التسليم بعالم موضوعى مستقل عنا تقوم فيه التصورات المنطقية والرياضية. (د) توضيح نقط سبق أن قالها السابقون

(أ) نقط أصيلة: (١) تمييز أصحاب البرنكبيا لما سموه (القضية الذرية) والتوسع فى تحليلها. (٢) تصدى رسل لتعريف القضية المنطقية أو ما سماها (القضية العامة عمومية تامة)، وإن وجد فى ذلك صعوبة كبرى. (٣) ميز رسل تمييزاً منطقياً حاسماً بين اسم العلم والعبارة الوصفية المحددة حتى لو كانت هذه العبارة تشير إلى معنى ذلك الاسم، مثل هومر، مؤلف الإلياذة إلخ. (٤) ميز رسل بين نوعين من قضايا الهوية: قضية الهوية بالمعنى الدقيق مثل نابليون هو بونابرت، أو سكوت هو وولتر سكوت والقضية الوصفية المحددة مثل هومر مؤلف الإلياذة أو طه حسين مؤلف الأيام. (٥) قدم أصحاب البرنكبيا برهاناً بالمعنى الدقيق على كثير من قضايا اعتبارها أرسطو والمناطق التقليدية مبادئ أولى واضحة بذاتها، مثل قانون عدم التناقض والثالث المرفوع والضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدى.

(ب) تطوير نظريات المنطق الرمزي: (١) ميز أصحاب البرنكبيا بين نظريات المنطق الرمزي الأربعة - حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف وحساب العلاقات، وتناول كل منها على حدة، ما لم يكن من قبل واضحاً. (٢) وضع أصحاب البرنكبيا كل نظرية من هذه فى نسق استنباطى وذلك بالكشف الصريح عن قائمة لا

معرفاتها ومصادراتها ثم البرهان على قضايا مشتقة واستنباط القضايا التحليلية، على نحو لم نعهده من قبل؛ كما أقاموا ذلك البرهان الاستنباطي بالغنا في أحكامه على نموذج البرهان الهندسى. (٣) أقام أصحاب البرنكيبا نظريات المنطق الرمزى الأربعة بلغة رمزية منطقية خالصة، وتخليصها - خاصة نظريتى الأصناف والعلاقات - من أى رموز جبرية وأى تصورات رياضية.

(ح) التحول عن الواقعية المنطقية: كان رسل يعتقد بأن حقائق الرياضيات والمنطق - بل ومدلولات الألفاظ التى ليس لها وجود محسوس - تقوم فى عالم آخر مستقل عنا، متفقا فى ذلك مع فريجة ومينونج وآخرين؛ وظل كذلك حتى كتب مبادئ الرياضيات (١٩٠٣)؛ لكنه رفض هذا الاعتقاد حين وصل إلى نظريته الوصفية (١٩٠٥) واستطاع حينئذ أن يربط الوجود لا بالوجود المحسوس أو المعقول، وإنما بدالة القضية الصادقة أحيانا، كما ربط الال وجود بالدالة الكاذبة دائما ووصل رسل بنظريته الوصفية أيضا إلى أن العبارات الوصفية المحددة - سواء منها ما يشير إلى شىء محسوس أو لا يقابلها شىء فى الواقع - ليست إلا (رموزا ناقصة)، أى لا يمكن فهمها ولا تعريفها إلا فى سياق قضية أو دالة قضية نحكم عليها بالصدق دائما أو الصدق أحيانا أو الكذب دائما وحين وصل رسل إلى هاتين النقطتين، رأى أن عبارة (الجبل الذهبى فى القضية) (الجبل الذهبى غير موجود) لا تشير إلى وجود واقعى فى عالم منطقى مستقل عنا وإنما تعنى فقط أن الدالة (س جبل و س ذهبى) كاذبة دائما فى كل قيم س؛ وبالمثل فإن القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلح) تعنى أنه (يوجد فرد واحد على الأقل س ممن أن يحكم الآن فرنسا وأن س أصلح)، ولكن حين لا نجد قيمة مناسبة للمتغير، نقول أن الدالة كاذبة دائما ووصل رسل من

نظريته أخيرا إلى أن الأعداد والأصناف والعلاقات - كالأوصاف المحددة - رموزا ناقصة، ومن ثم ليس لها وجود في أي عالم.

(د) نقط زيد توضيحها وتحليلها أكثر مما فعل السابقون: (١) لم يتضح تعريف القضية بأنها الحكم الذي يحتمل الصدق والكذب أو أنها ما تقرر شيئا أو تنفيه، حتى جاء رسل وربط بين القضايا والوقائع وأن القضية تكون صادقة إذا عبرت عن واقعة، وكاذبة إذا لم تعبر، كما قدم رسل تحليلا وتصنيفا للوقائع. (يبدو أن رسل استوحى فكرة الواقعة وصلتها بالقضية من تلميذه فتجنشتين). (٢) زاد رسل موقف أرسطو وفريجة توضيحا في التمييز المنطقي الحاسم بين اسم العلم والمحمول. (٣) دعم رسل موقف أرسطو في أن الحمل علاقة منطقية أساسية وأن القضية الحملية صورة منطقية أساسية من صور القضية لا غنى عنها. لكنه اختلف عن أرسطو في قول الأول أن القضية الحملية صورة واحدة من صورة عديدة للقضايا، ولا يمكن رد هذه الصور إلى الحملية. (٤) زاد رسل مواقف أرسطو وبيرس وبيانو وفريجه في أن القضية الشخصية هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق، واتفق مع الثاني والثالث والرابع في اختلافهم عن أرسطو في القول بأن القضية الكلية ليست حملية على الإطلاق وإنما شرطية متصلة. (٥) زاد أصحاب البرنكيبا توضيحا وتحليلا لما قاله السابقون في الثوابت والمتغيرات والقضايا المركبة ودالات الصدق وقيم الصدق ودالات القضايا. (٦) زاد أصحاب البرنكيبا توضيحا اتخاذ نظرية حساب القضايا أساسا لنظريات حساب المحمول وحساب الأصناف وحساب العلاقات.

الفصل التاسع عشر

نتائج البحث

بعد القيام برحلة طويلة، يحسن تقديم تقرير عنها، وإبراز أهم حوادثها. وسنضع في هذا الفصل أهم النقاط التي تُولف سمات المنطق الرمزي ونظرياته، مشيرين إلى أصحاب الفضل الأول في كل نقطة، ونتبعه برقم الفقرة التي تناولها هذا الكتاب ببعض تفصيل.

١٠٨ - المصطلح الرمزي

المصطلح الرمزي notation هو كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة، قوامها حروف الهجاء رموزا للمتغيرات، ورسوما معينة أخرى رموزا للشوايت المنطقية، بحيث تكتب في صورة رمزية غير لغوية كل القضايا والقوانين المنطقية وكل الخطوات الاستدلالية في أي برهان.

(١) رموز المتغيرات:

- أ- الرمز إلى متغيرات الحدود في القضية بحروف الهجاء (أرسطو: ٦ ب).
- ب- استبدال رموز متغيرات الأصناف برموز متغيرات الحدود في القضية، على نحو مضطرب، بسبب الخلط بين النظرة إلى الصنف من جهة المفهوم والنظرة إليه من جهة الماصدق (لينتز: ١٨)؛ هذا الاستبدال، بنظرة ما صدقية واضحة إلى الصنف (بول: ١٢٩).

ح- الرمز إلى المتغيرات الفردية (أعضاء وأطراف العلاقة) بحروف الهجاء،
على نحو مضطرب، بسبب الخلط بين رمز الصنف ورمز العضو فيه (بيرس: ١٣٩)؛
الرموز السابقة بتمييز واضح بين الصنف والعضو فيه (فريجة: ٥٨ ب، بيانو: ٤٦)؛ زادها
أصحاب البرنكيا توضيحا وتطويرا (٩٩، ١٠٤ - ١٠٥).

د- الرمز إلى الدالات - وهي البديلة بالمحمول في المنطق التقليدي -
والرموز إلى الحجج - وهي البديلة بالموضوعات في المنطق التقليدي بحروف
هجاء معينة (فريجة: ٥٩ ب، بيانو: ٤٦٧).

هـ- الرمز إلى متغير القضية ككل، دون تمييز بين حدودها (أرسطو نادرا: ٦
ح، الرواقيون باستخدام (الأعداد الترتيبية) لا حروف الهجاء: (١١٤ أ) استخدام تلك
الرموز بحروف الهجاء، ولكن بغير دقة في الدالات (بيرس: ٤٠)؛ استخدام تلك
الرموز بحروف هجاء بدقة ووضوح (فريجة: ٥٨ بيانو: ٤٦).

(٢) رموز الثوابت:

أ- معرفة عدد قليل من الثوابت (السلب والربط والتضمن)، دون استخدام
كلمة (ثوابت)، وبلا دراسة عميقة لقواعد استخدامها، ودون وضعها في رموز (أرسطو:
٦ ب، ٧).

ب- دراسة عميقة لقواعد استخدام أحد الثوابت المنطقية (التضمن)، دون
استخدام (ثوابت) ودون رموز (فيلون الميناري: ١٣).

ح- معرفة عدد أكبر من الثوابت المنطقية (إما أو، حيث أن ...
لأن، ليس و..... معا، إلخ) واستخدام كلمة (روابط) ووضع قواعد
استخدامها بدقة، دون رموز (الرواقيون: ١٤ ب).

د- استخدام رموز بعض الثوابت الرياضية - علامات الجمع والضرب والمساواة - تدل على ثوابت منطقية كالفصل والربط والهوية، لكن الدلالات مضطربة: صلة غير واضحة بين الجمع المادى والجمع بين أصناف، بين الضرب العددى والضرب بين أصناف (ليبنتز: ٢٠، ٢١ ح)؛ استخدام رموز الثوابت الرياضية السابقة، مضافا إليها علامات الطرح والقسمة والصفى والواحد الصحيح، والدلالات تماما (بول: ٢٨).

هـ- مصطلح رمزى أكثر ثراء، ودلالاته أكثر وضوحا، وإدخال رموز جديدة لثوابت جديدة (السور الكلى والسور الوجودى) لكن يظل المصطلح محتفظا بالثوابت الرياضية إلى حد كبير (بيرس: ٣٩ ب، ٤٢ ب).

و- دراسة أكثر عمقا للثوابت المنطقية (السلب والربط والفصل والتضمن)، وإضافة ثوابت جديدة (عضوية الفرد فى صنف) وتخليصها من أى أثر للتصورات الرياضية ورموزها (فريجة: ٥٨ ب، بيانو: ٤٦)؛ وإلى بيانو يرجع استخدام عبارة (الثوابت المنطقية).

ز- تطوير البحث فى الثوابت، وإضافة ثوابت منطقية جديدة (مثل التكافؤ)، وإضافة رموز جديدة فى حساب الأصناف وحساب العلاقات (أصحاب البرنكيا: ٩٩).

١٠٩ - النسق الاستنباطى (الأكسيوماتيك)

النسق الاستنباطى هو أن يحوى العلم - ذو الطبيعة الصورية - مجموعة محددة من القضايا الأولية (المصادر) توضع صريحة واضحة منذ البدء، نسلم بصدقها دون برهان، وتستنبط منها قضايا أخرى هى نظريات ذلك العلم.

(١) عناصر النسق الاستنباطى فى الرياضيات:

- أ- وضع قائمة معينة من التعريفات والمبادئ والمصادرات، تشتق منها النظريات، باستنباط منطقى محكم (أرسطو: ٨ب، إقليدس الهندسى: ٤ ح).
- ب- إدخال عنصر اللا معرفات فى النسق، وإذابة التمييز بين المبدأ والمصادرة فى الهندسة (باش: ٤٣د؛ وفى علم الحساب (بيانو وفريجه: ٤٤ح، ٤٥، وديدكند وكانتور أيضا).

(٢) عناصر النسق الاستنباطى فى المنطق:

- أ- أدرك أرسطو عناصر النسق الاستنباطى للعلوم الصورية، لكنه لم يجعل منطقاً نسقاً استنباطياً، وبالرغم من ذلك ففى منطقته مقومات النسق ومن ثم جرت محاولات عدة لكتابة المنطق الأرسطى فى نسق استنباطى (لوكاشيفتش ٩، ٨).
- ب- محاولتان جادتان، لكنهما أوليتان، تقيم المحاولة الأولى المنطق نسقاً استنباطياً، لكن على نموذج الهندسة الإقليدية، فتضع تعريفات للتوابع المنطقية، وقضايا أولية صريحة منذ البدء، منها تشتق نظريات منطقية (الرواقيون: ١٥)؛ تقوم المحاولة الثانية على نموذج الهندسة الإقليدية أيضاً، لكنها تصوغ المنطق صياغة جبرية، ومن ثم لم تتخلص التصورات المنطقية بعيداً عن التصورات الرياضية (لينتز: ١٩-٢٠).

- ج- محاولتان جادتان ناضجتان تقيمان المنطق نسقاً استنباطياً، تضعان منذ البدء فى صراحة قائمة باللا معرفات والتعريفات والقضايا الأولية (أو المصادرات) ومنها تشتق نظريات المنطق (فريجه: ٥٩، بيانو ٤٧).

د- محاولة أكثر نضجا وتطويرا: فقد جعلت للنظريات الأربعة فى المنطق الرمزى (حساب القضايا وحساب المحمول وحساب الأصناف وحساب العلاقات) نسقا واحدا هو نسق حساب القضايا ذاته: كما وضعت لأول مرة الشروط الواجب توافرها فى مصادرات أى نسق استنباطى، كما زيد فى عدد القوانين المنطقية (أصحاب البرنكيبا: ٢٨-٨١، ٩٩-١٠١).

١١٠- القضية:

(١) تعريفها:

ما تحتل الصدق أو الكذب، دون تحليل عميق (أرسطو)؛ تحليل عميق، وذلك يربط الصدق والكذب فى القضية بالوقائع (رسل: ٦٢).

(٢) عناصرها:

التمييز المضطرب بين اسم العلم والمحمول (أرسطو: ١٦، ٤٧، ٤٧، ٤٧؛ بيرس: ١٣٩، ٤٢)؛ التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول، ومن ثم بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف فى آخر (فريجة: ٥١، بيانو: ٤٧، ٤٧، ٤٧؛ تعميق التمييز (رسل وفتجنشتين: ٦٩)؛ السور عنصر مضاف إلى الموضوع والمحمول فى القضية الحملية، وعدم الاهتمام بتحليل السور (أرسطو: ١٠)؛ بداية تحليل الأسوار (بيرس) السور جزء من المحمول فى القضية الحملية، وتحليل عميق للأسوار، بما يضع الأساس لانطلاق نظرية حساب المحمول (فريجة: ٥٦، ٥٨)؛ طور أصحاب البرنكيبا تحليل الأسوار ونظرية حساب المحمول (٨٤-٨٦).

(٣) أنواعها: (١)

أ- القضايا الحملية: صياغة التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية صياغة صنفية جبرية متعثرة (ليبنتز: ١٨ ح)،؛ صياغة صنفية جبرية واضحة دقيقة (بول: ١٢٩ أ)؛ حالة التصنيف الرباعي التقليدي إلى تصنيف ثمانى للقضية الحملية، بما يتسق ونظرية كم المحمول، فى لغة صنفية وصياغة جبرية (دى مورجان: ٢٢ ح)؛ التصنيف الرباعي التقليدي فاسد (فريجة: ٥٠، ٥٠ هـ)؛ الحمل علاقة منطقية أساسية، لكنه ليس العلاقة الوحيدة، ولا يمنع ذلك من استبدال لغة الدالة والحجة بلغة الحمل (رسل: ٦٩ ح) التمييز المضطرين بين القضية الشخصية والقضية الكلية (أرسطو: ٤٧ ح، بيرس: ١٣٩ أ، ٤٢)؛ التمييز الحاسم الدقيق بينهما، وبيان أن الشخصية فقط هى القضية الحملية (فريجة: ٥١ ب، يانو: ٤٧ ب، ٤٧ د).

ب- القضايا الوجودية: تميزها من القضايا الحملية باضطراب (أرسطو: ٨٨ هامش)؛ تميزها من الحملية، إذ ليس بها موضوع، وتحليل دقيق (فريجة: ٥٤)؛ ربط التحليل السابق للقضية الوجودية بدالة القضية، والتوسع فى التحليل (رسل: ٨٨-٨٩).

ج- قضايا الهوية: تميزها من القضايا الحملية، إذ ليس بها محمول (فريجة: ٥٢)؛ التمييز فى قضايا الهوية بين صورتين، ما تحوى إسمى علم، وما تحوى اسم علم وعبارة وصفية محددة (رسل: ٩٣ د).

(١) لن تجد فى هذه الفقرة تصنيفا شاملا للقضايا، وإنما تميز فقط لعدة صور من القضايا موضوع اهتمام المنطقة. أنواع القضايا - كصور الكلام وعدد المقولات وحصرها حصرا شاملا عمل شبه مسنحيل.

د- القضايا الشرطية: استخدام القضية المتصلة دون دراسة دقيقة لقواعد صياغتها، واستخدام القياس الشرطى المتصل دون دراسة دقيقة لقواعد إنتاجه (زينون الإيلي: ١٢ ب، أرسطو: ٦ ب)، دراسة دقيقة للقضية الشرطية المتصلة، ولأحد نوعي القياس الشرطى المتصل (فيلون الميغارى: ١٣)؛ دراسة أدق لنوعى القياس الشرطى المتصل، وأول صياغة للقياس الشرطى المنفصل وقواعد إنتاجه (الرواقيون: ١٤، ١٥) القضية الكلية فى المنطق التقليدى ليست حمليّة وإنما شرطية متصلة (بيرس: ٣٧)، التصنيف الرباعى للقضية الحمليّة ليست أبسط صور القضايا وإنما يمكن رده إلى لغة دالة القضية (رسل: ٨٧، ٨٨ ب).

هـ- قضايا العلاقات: صورة متميزة من القضايا الحمليّة: انظر فيما بعد حساب العلاقات (٢)، إعطاء صورتى القضية الشخصية والقضية العلاقية. لقب (القضية الذرية) (أصحاب البرنكيا: ٦٨).

ز- القضايا المنطقية، وتعبّر عن الحقائق المنطقية. أول من تصدى للبحث فى طبيعتها هو رسل، وطور البحث فيها فتجنشتين، ومن بعدهما أصحاب نظرية المواضع المنطقية (٧٣-٧٤).

١١١ - حساب القضايا

أهم عناصر النظرية:

(١) الرمز بحرف معين من حروف الهجاء للقضية ككل دون تمييز بين حدودها (انظر المصطلح الرمزي: رموز المتغيرات: ه).

(٢) الثوابت المنطقية ورموزها: لقد قدم فريجة وبيانو أول تحليل شامل دقيق للثوابت المنطقية، ووضع قواعد استخدامها، وتخليصها من أى أثر للتصورات

والرموز الرياضية وزاد أصحاب البرنكيبا ثوابت أخرى وطور المصطلح الرمزي (لتطور البحث من الثوابت، انظر: المصطلح الرمزي: رموز الثوابت).

(٣) القضية المركبة: وهي القضية المؤلفة من قضيتين بسيطتين يربطهما أحد

الثوابت المنطقية.

استخدام زينون الإيلي أحد أنواع القضية المركبة (القضية الشرطية المتصلة أى ما تحوى ثابت التضمن)، كما استخدم أحد نوعى القياس الشرطى المتصل (حالة الرفع) دون دراسة لقواعد استخدام قضية التضمن وقواعد إنتاج ذلك القياس (١١٢)؛ استخدم أرسطو نوعين آخرين القضية المركبة (ما تحوى أداة السلب وثابت الربط): عرف قواعد السلب، لكنه لم يدرس قواعد استخدام القضايا التى تحوى الربط (٦ ب ، ٧)؛ فيلون يدرس قواعد استخدام القضايا التى تحوى الربط (٦ ب ، ٧)؛ فيلون الميغارى أول من درس أحد أنواع القضية المركبة (قضية التضمن) ووضع قواعد صدقها، وقواعد إنتاج أحد نوعى القياس الشرطى المتصل _ حالة الوضع (١٣)؛ الرواقيون أول من بحث قواعد صدق أنواع عديدة للقضية المركبة (الربط والفصل والتضمن)؛ وصل الرواقيون الأوائل - فيما يختص بتعريف ثابت الفصل - إلى القضية المركبة التى تحويه تصدق إذا صدقت القضيتان البسيطتان، بينما رأى الرواقيون المتأخرون أن تلك القضية تصدق إذا صدقت إحدى هاتين القضيتين البسيطتين على الأقل (١٤ ب)؛ جيفونز أقر القاعدة الثانية وأبان خطأ القاعدة الأولى، وتبعه كل المناطق من بعده (٣٥) وأدرك بيرس العلاقة بين الاحتواء بين صنفين والتضمن بين قضيتين ووضع رمزا محددًا لثابت التضمن، وذلك أول عهدنا بكتابة رمزية لأحد الثوابت، لكنه لم يدرس الأنواع العديدة للقضية المركبة (٣٩ ب ، ٤٠)؛ فريجة - ومن بعده بيانو - أول من أدرك العلاقة بين الجمع المنطقى لصنفين

والفصل بين قضيتين، وبين الضرب المنطقي لصنفين والربط في القضايا، ووضع قواعد صدق عدد كبير من القضايا المركبة في صور رمزية خالصة (٩٥، ٤٦، ٤٧هـ، ٤٧و).

(٤) دالة الصدق وقيمة الصدق: دالة الصدق هي الصيغة الرمزية للقضية المركبة؛ قيمة صدق الدالة هي الحكم بالصدق أو بالكذب على دالة صدق. إذا عرفنا قاعدة استخدام الثابت الموجود، وعرفنا صدق أو كذب القضايا البسيطة التي تؤلف تلك الدالة (بعد التعويض عن الدالة بقضية مركبة). تصور دالة الصدق وقيمة الصدق مألوفان منذ فيلون والرواقيين، لكن إلى فريجة يرجع استخدام التعبيرين وتحديد معنهما والتوسع في مجالهما (٥٥ بن ٥٥ ح)؛ زاد أصحاب البرنكيا هذين التصورين توضيحا (٧٠-٧١).

(٥) نسق حساب القضايا: الهدف من موضوع حساب القضايا هو الوصول إلى صيغ صادقة دائما هي نظريات Theorems ذلك الحساب، باستنباطها من طائفة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات، حيث نضعها صريحة واضحة منذ البدء، اللامعرفات والتعريفات بالثوابت المنطقية، والمصادرات صيغ صادقة دائما تقوم علاقات منطقية بين متغيراتها وثوابتها.

فريجة هو المؤسس الحقيقي لنظرية حساب القضايا، وواضع نسق استنباطي لها، وأول من أدرك السبق المنطقي لهذه النظرية على النظريات الثلاثة الأخرى للمنطق الرمزي، لكن نسقه الاستنباطي كان يضم قضايا أولية بمصطلح رمزي لحساب المحمول والأصناف لكي ينطبق على هاتين النظريتين (٥٧، ٥٩)؛ أصبح نسق حساب القضايا وحده أساسا للنظريات الثلاثة الأخرى دون إضافة أي قضايا أولية جديدة (أصحاب البرنكيا: ٧٨ - ٨٩)؛ حين رأى بيرس إمكان النظر إلى العلاقات

بين الأصناف على أنها علاقات بين القضايا، أدرك بعض القضايا الأساسية لحساب القضايا، لكن تصور حساب القضايا كنظرية أساسية مستقلة عن حساب الأصناف لم يكن مألوفاً له (٣٩ ب).

(٦) قوانين حساب القضايا: وهي صيغ صادقة دائماً، مستنبطة من نسق اللا معرفات والمصادرات، مع الاستعانة بقواعد الاستدلال.

فريجة أول من صاغ بعض هذه القوانين، لكن أصحاب البرنكيبا هم الذين تحملوا عبء صياغة رهط هائل منها، ويحتذى الاستنباط فيها نموذج البرهان الهندسى المحكم (٨٠-٨١).

(٧) قوائم الصدق: نموذج للبرهان على قوانين حساب القضايا وصيغته التحليلية، يختلف عن البرهان الهندسى، وإنما يجعل فى صورة جداول أو قوائم (فتجنشتين، بوست، لوكاشيفتش: ٨٢)؛ وإلى هؤلاء يرجع الفضل فى اصطناع فكرة (الثابت المنطقى الرئيس)، والتمييز بين القضايا الصادقة دائماً (الضرورية) والقضايا الكاذبة دائماً (المتناقضة)، والقضايا الحادثة contingent؛ القضية الصادقة هى التى تضم قيما صادقة تحت كل حالات الثابت الرئيسى، ومثل لهذه القضية (ق) \supset $(L \equiv (L \supset C) \supset C)$. القضية الكاذبة دائماً هى التى تضم قيما كاذبة تحت كل حالات الثابت الرئيسى، ومثل عليها: (ق) $(L \supset C) \supset C$. القضية الحادثة تضم قيما صادقة وأخرى كاذبة تحت الثابت الرئيسى، أى صادقة فى بعض الحالات فقط، ومثل عليها (ق) $(L \supset C) \supset C$ (٧ م).

١١٢ - حساب المحمول (حساب دالات القضايا)

أهم عناصر النظرية:

(١) نظرية حساب القضايا أساس لنظرية حساب المحمول، من حيث استخدام ثوابتها المنطقية، ودالات الصدق وقيم الصدق، وجزء من مصطلحها الرمزي، وكثير من صيغها التحليلية (أدرك فريجة تلك الصلة، لكن أصحاب البرنكيا زادوها وضوحاً وتدعيماً).

(٢) الدالة: استخدام تعبير (دالة) أولاً في علم الهندسة بمعنى المنحنى الهندسي (ليبنتز: ٤٤ب)؛ إدراك الرياضيين أهمية الدالة لإقامة علم الحساب نسقاً استنباطياً (بيانو: ٤٤ ح ٤٥ ح، فريجة: ٥٥ د)؛ وضع تعريف دقيق للدالة ثم تطبيقها في علم المنطق (فريجة: ٥٥)؛ ربط معاني الدالة والحجة بمعاني المحمول والموضوع (فريجة: ٥٦)؛ من تصور الدالة وخبثتها إلى تصور دالة القضية، وإعطاء الثانية تعريفها المحدد، وبيان خصائصها، ومجال قيمها، واستخدامها لغة جديدة لصياغة صور من القضايا أكثر مما ذهب إليه فريجة (رسل وأصحاب البرنكيا: ٨٤، ٨٥، ٨٦)^(٣).

(٣) الأسوار Quantifiers وهي كلمات تدل على الكم والكيف في القضية (كل، بعض، لا). تحليل ينطوي على خطأ أساس هو أن (كل) تتضمن تقرير وجود واقعي محسوس لموضوع القضية (أرسطو والمنطق التقليدي: ٩) التمييز بين السور

(٣) حين نذكر (رسل وأصحاب البرنكيا)، نعني أن رسل زاد في النقطة المشار إليها في كتبه الخاصة أكثر مما ذهب كتاب البرنكيا.

الكلى والسور الوجودى واستخدامهما فى حساب العلامات فقط (بيرس)؛ التوسع فى استخدام الأسوار وتحديد دقيق لمعناها (فريجة: ٥٣، بيانو ٤٦).

(٤) القضية الكلية لا تقرر وجودا واقعيا محسوسا لأفراد موضوعها، بينما القضية الجزئية تقرر ذلك الوجود (أدرکه لينتز ثم تراجع عنه: ٢١ أ)، أدرکه بول لكنه لم يلق عليه ضوءا يتناسب وأهميته: ٢٨ ب، أبرز أهميته شرويدر وفريجة: ٤٢ ب، ٥٣).

(٥) التمييز بين اسم العلم والمحمول، وصلة ذلك بالحجة والدالة (انظر: القضايا: عناصرها).

(٦) المصطلح الرمزي: رموز للدالات والحجج بحروف معينة من أحرف الهجاء، والرمز إلى الأسوار برسوم معينة أخرى (فريجة وبيانو، وطوره أصحاب البرنكيا).

(٧) التصنيف الرباعى التقليدى للقضية الحملية بلغة حساب المحمول: قام بيرس وبيانو وفريجة بصياغة واضحة للقضية الكلية الموجبة، بحيث تصبح قضية شرطية متصلة لا حملية، وترك صياغة الصور الثلاثة الأخرى فى وضوح (٨٧).

(٨) القضية الوجودية (انظر القضايا: أنواعها ب).

(٩) التمييز بين القضية الوجودية الموجبة positively existential والقضية الوجودية السالبة negatively existential، وهو تمييز متطور عن المعنى للقضية الوجودية. القضايا الوجودية الموجبة ما تقرر وجودا واقعيا لأفراد موضوعاتها، وتحوى السور الوجود الجزئى (ح): $(\exists x)$ ويندرج تحت هذا النوع القضية الجزئية الموجبة (ح م) والجزئية السالبة (ح س) فى المنطق التقليدى، أما

القضايا الوجودية السالبة فإنها لا تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعاتها، وتحتوي السور الكلى (ك): (x) ، ويندرج تحت هذا النوع القضية الكلية الموجبة (ك م) والكلية السالبة (ك س) فى المنطق التقليدى. ولذلك فإن للقضية الوجودية الموجبة صيغتين: (ح) (د هـ).
 ذ هـ: $(\exists x)(f x . g x)$ وهى الصياغة الجديدة للجزئية الموجبة فى المنطق التقليدى. فإذا أخذ قضية مثل (بعض الشباب طموح) قرأناها حسب الصياغة السابقة (يوجد فرد واحد على الأقل ممن يكون شابا وطموحا). والصياغة الثانية للقضية الوجودية هى (ح) (د هـ - ذ هـ): $(\exists x)(f x . - g x)$ ، وهى الصياغة الجديدة للجزئية السالبة التقليدية. فالقضية "بعض الشباب ليس منحرفا"، ونقرؤها حسب الصياغة الرمزية السابقة: يوجد فرد واحد على الأقل مما يكون شابا لكنه ليس منحرفا؛ وذلك مداول أن الجزئية السالبة التقليدية وجودية موجبة فى المنطق الرمزي. وبالمثل للقضية الوجودية السالبة صيغتان: - (ح) (د هـ . ذ هـ): $(\exists x)(f x . g x) -$ ، وهى الصياغة الجديدة للقضية الكلية السالبة فى المنطق التقليدى، فإذا أخذنا القضية (لا عبقرى مقلد)، فإننا نقرؤها حسب الصياغة السابقة "لا يوجد فرد واحد مما يكون عبقرى ومقلدا. أما الصيغة الثانية للقضية الوجودية السالبة فهى - (ح) (د هـ . ذ هـ): $(\exists x)(f x . g x) -$ وهذه هى الصياغة الجديدة للقضية الكلية الموجبة التقليدية؛ والقضية (كل حر مسئول) نقرؤها (لا يوجد فرد واحد مما يكون حرا ولا يكون مسئولا)،

وذلك مدلول أن القضية الكلية الموجبة التقليدية تصبح قضية وجودية سالبة.

وفى ضوء التمييز السابق، يمكن الإتيان بصياغات رمزية أخرى مساوية للصيغ السابقة، خذ نوعا واحدا منها:

ح م: - (ك) (د هـ . د هـ) تساوى (ج) (د هـ . د هـ).

ح س: - (ك) (د هـ - د هـ) تساوى (ج) (د هـ - د هـ).

ك س: (ك) (د هـ - د هـ) تساوى - (ج) (د هـ . د هـ).

ك م: (ك) (د هـ - د هـ) تساوى - (ج) (د هـ . د هـ).

(بعد البرنكيبا لكن قارن ٨٦ ب، ٨٧).

(١٠) النسق الاستنباطى: (لتطوير فكرة النسق الاستنباطى، انظر: النسق

الاستنباطى: عناصره فى المنطق)؛ وضع أنساق استنباطية متعددة

يتألف كل منها من معرفات وتعريفات ومصادرات، تشتق منها نظريات،

قصد بكل نسق أن يكون أساسا لإقامة النظريات الأربعة فى المنطق

الرمزى بلا تمييز (بيانو ٤٨، فريجه ٥٩)؛ جعل النسق الاستنباطى

لحساب المحمول هو نفس نسق حساب القضايا، سوى أن لحساب

المحمول لا معرفات جديدة، ومن ثم فقوانين حساب المحمول هى

نفس قوانين حساب القضايا مصاغة بلغة الدالات (برنكيبا).

(١١) تعديل حساب المحمول للمنطق التقليدى: اكتشاف فساد بعض

قوانين المنطق التقليدى وتصحيحها: القضيتان المتناقضتان والمتضادتان تصدقان

معا إذا كان الموضوع يمثل صنفا فارغا؛ لا تعكس القضية الكلية الموجبة إلى جزئية

موجبة إذا كان موضوع الكلية يمثل صنفا فارغا، حيث لا انتقال من قضية لا تقرر

وجودا إلى قضية تقرر وجودا محسوسا، ولنفس السبب تبين فساد الضرب الأول من الشكل الثالث للقياس التقليدي (شرويدر وفريجة ورسل: ٤٢ب؛ ٥٢؛ ٧٢ح). صياغة الأقيسة الحملية المنتجة والشرطية المنتجة في مصطلح حساب المحمول، وقواعد إنتاجها هي قواعد قوائم الصدق (بعد البرنكيا).

١١٣ - حساب الأصناف:

أهم عناصر النظرية:

(١) الحدود والأصناف:

النظرة إلى الحدود العامة في القضية الحملية من جهة المفهوم أى دلالتها على تصورات، والنظرة إليها في نفس الوقت من جهة الماصدق أى دلالتها على أصناف، مع تغلب النظرة الأولى (أرسطو والمنطق التقليدي: ٦ أ)، بدء النظر إلى الحدود من جهة الماصدق وتجاهل دلالتها على التصورات (أصحاب كم المحمول ودي مورجان وبول: ٢٢ ح، ٢٩).

(٢) تعريف الصنف:

كلمة (صنف) لا معرفة أو هى كلمة أولية يفهم معناها بلا تعريف (بول)؛ تعريفها تعريفا ما صدقيا بحثا حيث أن الكلمة اسم يدل على مجموعة من الأفراد التى تندرج تحته (بيرس وشرويدر: ٤١ ب، ١٠٣) الميل إلى اعتبار الكلمة لا معرفة، لكن الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقى البحث تضطرننا إلى تعريفه بالمفهوم، أى بمجموعة الخصائص التى تؤلف معنى الصنف، ومن ثم نذهب إلى تعريف مزدوج من جهتي المفهوم والماصدق معا، أما الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقى البحث فهى استحالة تعريف الصنف الفارغ، والصنف ذى العدد

اللامتناهى لأعضائه، وصعوبة التمييز بين الصنف ذى العضو الواحد وذلك العضو.
(بيانو: ٤٧ب، ٤٧و، ٩٧أ، ٩٨أ؛ تطوير هذا التعريف المزدوج عن طريق (الرموز
الناقصة) ودالة القضية (أصحاب البرنكيا: ٩٧-٩٨).

(٣) طبيعة الصنف :

للسنف وجود ذهنى مستقل عن مجرد وجود أفرادها، بفضلها يمكننا تعريف
الصنف بخصائصه (بيانو)؛ للصنف وجود موضوعى مستقل عن أفرادها وعن أذهاننا
معا، فى عالم ثالث - هو عالم المعانى (فريجة: ٦١أ، ٦١ب، رسل ما قبل البرنكيا:
٩٨أ)؛ استبعاد واقعية الأصناف (بالمعنى الأسكولائى للواقعية)، وإعلان أن الأصناف
ليست إلا رموزا لغوية ناقصة (برنكيا: ٩٨).

(٤) صياغة صنفية جبرية للقضية الحملية:

الرمز إلى الحدود العامة أو الأصناف بحروف الهجاء، والرمز إلى العلاقات
بين تلك الحدود فى القضية بثوابت رياضية (علامات الجمع والضرب والمساواة
واللامساواة)، ثم صياغة التصنيف الرباعى التقليدى وكأن القضية الحملية معادلة
جبرية، لكن الصياغة مضطربة (ليبنتز: ١٨ب ١٨ج)؛ إضافة مزيد من الثوابت الرياضية
(الطرح والقسمة والصفى والواحد الصحيح) وإجراؤها على الأصناف، ثم صياغة
التصنيف الرباعى بحيث يبدو كمعادلات جبرية واضحة دقيقة، لوضوح إدراك العلاقة
بين الضرب العددى والضرب المنطقى بين أصناف، بين الجمع العددى والجمع
المنطقى (بول: ٢٨-٢٩)؛ تعديل معنى الجمع المنطقى عند بول واستبعاد تطبيق
عمليات الطرح والقسمة على الأصناف (جيفونز: ٣٥، بيرس: ٣٩)

(٥) البدء في التمييز بين الحدود الشخصية والحدود العامة:

(وهو نتيجة للتمييز بين اسم العلم والمحمول) وهو التمييز بين العضو في صنف وذلك الصنف، وإن لم يتضح تماما (بيرس وشرويدر: ٣٧، ٣٩، ٤٢)؛ بالتمييز الحاسم بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر، ومن ثم صياغة القضية الكلية على نحو يجعل علاقة الموضوع بالمحمول علاقة احتواء صنف في آخر (بيانو: ٤٧ب، فريجة ٥٨ب).

(٦) صياغة صنفية منطقية بحثة للقضايا:

بعد إقامة حساب القضايا، تم استبدال الثوابت المنطقية بالثوابت الرياضية وجاءت الثوابت على نموذج حساب القضايا، وأصبح الضرب المنطقي بين الأصناف على نموذج الربط بين القضايا، والجمع المنطقي على نموذج الفصل بين القضايا؛ والاحتواء على نموذج التضمن، وأضيفت ثوابت جديدة مثل عضوية الفرد في صنف، واحتواء الصنف في آخر، بحيث تصاغ كل القضايا الصنفية في صيغ رمزية منطقية لا أثر فيها لرموز الرياضة (بيانو: ٤٦، ٤٧و، ٤٧ز، فريجة)؛ تطوير صياغة قضايا الأصناف وإضافة ثوابت جديدة، مما جعل حساب الأصناف أكثر ثراء (أصحاب البرنكيبا: ٩٩).

(٧) النسق الاستنباطي:

وضع النسق الاستنباطي لحساب القضايا بحيث يشمل لا معارف وتعريفات ومصادرات، بعضها يخص الأصناف، ومن بين المصادرات مصادرتان تعبران عن صورتين متميزتين للضرب الأول من الشكل الأول للقياس الأرسطي (بيانو: ٤٧ب، ٤٧و، ٤٧ز)؛ إقامة نسق مستقل لمصادرات حساب الأصناف (هنتجنتن Huntington

١٠١: تطوير الباحثين السابقين وجعل النسق الاستنباطي لحساب القضايا صالحاً لحساب الأصناف، مع إضافة فكرة جديدة لمعرفة، واستخدام مصادرات هنتجنتن (برنكيبا: ١٠٠)).

(٨) قوانين حساب الأصناف

أطوار عديدة لصياغة القوانين المنطقية التي تؤلف منطق الأصناف، بدأ أول الأطوار أرسطو في منطقته، ثم صياغة لينتز لبعض قوانين جبر الأصناف ومنها البرهان على الشكل الأول للقياس التقليدي (٢٠)، وتطوير قوانين جبر الأصناف (بول: ٣٠)، تصحيح بعض أخطاء بول وتطوير منطقته (بيرس: ٣٩ ب)؛ تصحيح منطق بول في اتجاه آخر يخلصه من أي آثار لتصورات رياضية ويجعل حساب القضايا أساسياً (بيانو: ٤٦-٤٧)، والبلوغ بجهود بيانو إلى قمته عند أصحاب البرنكيبا، حيث نجد عدداً هائلاً من الصيغ الصادرة دائماً، والبرهان عليها (٩٧، ٩٩-١٠١).

١١٤ - حساب العلاقات:

أهم عناصر النظرية:

(١) العلاقات بين الحدود في القضية الحملية:

دراسة العلاقات بين الحدود والأسوار في القضية، مما أدى إلى صياغة قوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر وقواعد الأقيسة، لكن الدراسة محدودة بالقضية الحملية، بحيث إذا كانت لدينا قضية تحوى حدين بينهما علاقة اعتبرنا العلاقة جزءاً من أحد الحدين، ومن ثم رددنا قضايا العلاقات إلى حمليات (أرسطو والمنطق التقليدي).

(٢) قضايا العلاقات متميزة من القضايا الحملية:

إمكان النظر إلى القضية الحملية (التقليدية)^(٣) على أنها دالة على علاقة بين أصناف؛ ومن ثم إمكان رد القضية الحملية (التقليدية) إلى قضية علاقة، لا العكس (دى مورجان: ٢٢ ح، ١٢٣)؛ بدء دراسة فكرة العلاقة وتمييز أنواع متعددة من العلاقات وخواص كل منها وقوانينها (دى مورجان: ٢٣-٢٥)؛ تطوير أبحاث دى مورجان بما يوضح التمييز بين قضايا العلاقات والحمليات ومنطق العلاقات على نموذج حساب الأصناف (بيرس: ٤١، ١٠٣)؛ تطوير أبحاث بيرس، مع تمييز حاسم بين منطق الأصناف ومنطق العلاقات، بمعنى أن قضية العلاقة لا يمكن ردها إلى قضية صنفية (رسل وأصحاب برنكيا: ١٠٣، ١٠٦).

(٣) تعريف العلاقة:

تعريف ما صدقى بحث للعلاقة بلغة الأصناف (بيرس: ٤١ ب، ١٠٣)، تعريف ما صدقى ومفهومي معا (رسل وأصحاب البرنكيا: ١٠٤).

(٤) أنواع العلاقات:

يمكن تصنيف العلاقات على أسس متعددة، نقترح التصنيف التالي:

(أ) علاقة بين أفراد، وتسمى أحيانا (علاقة من الدرجة الأولى)، مثل (أخ)، أصغر، يساوي... إلخ (دى مورجان: ١٢٥)، لكن يمكن لهذا الصنف من العلاقات أن ينقسم بدوره أنواعا عدة، نذكر منها نوعين: (١) العلاقات ثنائية وتربط بين شيئين أو

(٣) لا حاجة إلى القول بأن ما سماه المنطق الأرسطي والتقليدى قضايا حملية لم تعد حمليات في المنطق الرمزي: أصبحت القضايا الكلية - موجبة وسالبة - شرطيات متصلة، القضايا الجزئية - موجبة وسالبة - وجودية موجبة. أما القضية الحملية بالمعنى الدقيق فهي القضية الشخصية فقط. لكن دى مورجان لم يكن واصل بعد إلى هذا الموقف.

حدين، أو ثلاثية وتربط بين ثلاثة حدود، أو رباعية وتربط بين أربعة حدود، أو متعددة الأطراف وتربط بين أكثر من أربعة حدود (بيرس: ٤١أ، رسل: ١٠٦).

(٢) العلاقات قد تكون علاقة واحد بواحد، أو علاقة واحد بكثير، أو علاقة كثير بواحد، أو علاقة كثير بكثير، وقد كان التقسيم الأخير نقطة تحول هامة في فلسفة الرياضيات وإمكان تعريف العدد (فريجة، وطوره رسل: ١٠٦).

ب-علاقات بين أصناف أو بين العلاقات السابقة، ومن ثم تسمى أحيانا (علاقة العلاقة) أو (علاقات من الدرجة الثانية) ومن أمثلة هذه العلاقات أحيانا العلاقة العكسية (أو عكس العلاقة)، وسلب العلاقة، وعلاقة التعدي، وعلاقة الضرب، وعلاقة الجمع، ووضعت قوانين تلك العلاقات (دي مورجان: ٢٣-٢٥) تطوير أبحاث دي مورجان وإضافة علاقتين جديدتين الضرب النسبي والجمع النسبي، ووضعت قوانينها (بيرس: ٤١ح)، تطوير وتعميق لأبحاث دي مورجان وبيرس وإضافة العلاقات التماثلية (رسل: ١٠٥-١٠٦).

(٥) خواص العلاقات:

سميت العلاقات من الدرجة الثانية - السابق ذكرها - أحيانا خواص العلاقات (دي مورجان)؛ لكن إضيفت من بعد أبحاث في خواص العلاقات بنوعيتها، ومن أمثلة تلك الخواص: نطاق العلاقة، والنطاق العكسي للعلاقة، وميدان العلاقة إلخ (رسل: ١٠٥).

(٦) حساب العلاقات:

هدف منطق العلاقات هو الوصول إلى قوانين ونظريات صادقة دائما، مشتقة من مجموعة من التعريفات والمصادرات صريحة واضحة منذ البدء إنها محاولة

أولى لصياغة بعض تلك القوانين (دي مورجان: ٢٤-٢٥)؛ محاولة أكثر نضجا تقيم حساب العلاقات على نموذج جبر الأصناف (بيرس: ٤١د)؛ تطوير حساب العلاقات كنسق استنباطي متطور له لا معرفاته وتعريفاته ومصادراته، يقوم على حساب الأصناف، الذي يقوم بدوره على حساب القضايا، ومن ثم نخلص حساب العلاقات من أى أثر لتصورات رموز رياضية (أصحاب البرنكيبا: ١٠٢، ١٠٧ب).

ثبت بالأسماء والموضوعات الواردة

(أ)

- احتواء: (ليبنتز) ٥٥، ٥٨، (بول) ٨٨، (بيرس) ١٠٠، (بيانو) ١٢٤ برنكيا ٢٦٠.
- استدلال: ٢١، (بيرس) ٩٨، (رسل) ١٨١، قواعد: ٢٣-٢٤، ٤٧، ١٦٠، ٢١٨.
- استنباط: ٢١، تعريفه: ٢١٠، ديكارت: ٣٤.
- اسم العلم: (فريجة): ١٣٩-١٤٤، ١٦١-١٦٤، (رسل) ١٨٤، ٢٤٣-٢٤٥.
- اسم العلم المركب: (فريجة): ١٦٢ - ١٦٩، انظر النظرية الوصفية.
- أرسطو: الفصل ٢، والقياس الشرطي ٤٤-٤٥.
- أفكار عامة: (إقليدس): ٢٣.
- أفكار لا معرفة: ٢٤، (بيانو) ١٢٥، (فريجة) ١٥٧، (رسل) ٢١١.
- إقليدس الميغاري: ٣٩.
- إقليدس المهندس: ٢٢-٢٣.
- الإسكندر الأفروديس: ٢٨، ٤١.
- ألفاظ بنائية وغير بنائية: ٢٠٢.
- آلة منطقية (جيفونز): ٩٣-٩٤.

(ب)

- بادوا: ١١٩.
- باش: ١١٥-١١٩.
- برهان الخلف: ٤٢، ٢١٧-٢١٨.

برهان المحال: ٤٢.

بنتام، جورج: ٦٨.

بوست: ٢٠٠، ٢٢٠.

بول: ١٤، الفصل ٦، ٢٥٢-٢٥٤.

بويس: ٤١.

بيانو: ١٤، ٢٠، ١١١، الفصل ٩، ٢٣٢، ٢٥٤-٢٥٥.

بيرس: ١٤، ٢٠، ٤٨، الفصل ٧، ٢٥٤، ٢٦٦.

بيكوك: ٧٩.

(ت)

تارسكي: ٢٠٠.

تحليل (علم): ١١٥-١١٨.

تسمية: ١٨٢.

تشيرش: ١٥، ٧٤.

تحسب التحليل: ١١٧، ١٣٣.

تحصيل حاصل: ١٩٩، ٢١٩.

تضمن: ٢١، ٣٠، (بيرس) ٩٦-٩٧، ١٠٢-١٠٣، (بيانو) ١٢٤، ١٢٨، (فريجة) ١٥٧-١٥٨،

(رسل) ١٨٩-١٩٠، ١٩٢-١٩٣، ٢١٢.

تعريفات: ٤٢، ٢٤، ٣١، (بيانو) ١٢٨-١٢٩، (رسل) ٢١١-٢١٣، ماصدقية ومفهومية: ٢٥٥.

تقرير: ١٨٢.

تكافؤ: (بيانو) ١٢٤، (فريجة) ١٥٦، (رسل) ١٩٣-١٩٤.

(ث)

ثوابت: ٢١-٢، ٢٥، (أرسطو) ٣٠، ٣٦، (الرواقيون) ٤٧، (بيانو) ١٢٣-١٢٤، (فريجة)
١٥٦، (رسل) ١٨٩.

(ج)

جالينوس: ٤١.

جبر الأصناف: (ليبنتز) ٦٥-٦٦، (بول) ٨٥، ٨٩، (بيرس) ٩٨، ١٠١، ١٠٦، ١٠٧.
جمع منطقي: (بول) ٨٤، ٨٥، ٩٤، ٩٨، (بيرس) ٩٩-١٠٠، ١٠٦، برنكيبيا ٢٥٩-٢٦١.
جمع نسبي (بيرس) ١٠٤.
جيفونز: ٤٦، الفصل ٧.

(ح)

حجة الدالة: ١٤٩.

حد صنفى (دى مورجان): ٦٨.

علاقى (بيرس): ١٠٤.

حساب منطقي: ١٣، ٥٥، ٦١، ٦٢، ٢٠٩-٢١٠.

حساب القضايا: ١٣، ١٤، (بيرس) ١٠١-١٠٣، ١٠٦، (فريجة) ١٥٢-١٦١، الفصل ١٤،
٢٢٥.

حساب المحمول: ١٢-١٤، الفصل ١٥.

حساب الأصناف: (بول) الفصل ٦، (بيرس) ١٠٠-١٠١، (بيانو) ١٢٥-١٣٢، (برنكيبيا) ...
الفصل ١٧.

حساب العلاقات: (بيرس) ١٠٣-١٠٥، الفصل ١٨.

حمل (رسل) ١٨٤-١٨٨.

(د)

دالة (الرياضة): ١١٦، (فريجة) ١٤٧-١٥٢، ١٥٥.

دالة التضمن: ٤٤.

دالة الصدق: ٤٠، ٤٤، ٤٦، ١٩٠-١٩٤.

دالة القضية: الفصل ١٥، والقضية الحملية التقليدية ٢٣٢-٢٣٣، والوصف ٢٤٦-٢٥١.

ديدكند: ١١٦، ١٣٣.

ديوجين لاترتيوس: ٤١.

(ر)

ربط منطقي: ٣٠، ٤٦، ٨٣، ١٢٤، ١٨٩-١٩١.

رد الأقيسة: ٣٦-٣٧.

رسل: ١٤، ٢١، الفصل ١٣-١٨، ٢٦٧.

رموز: ١٣، ٢١، ٤٥، ١٥٥-١٥٦.

رمز تام واسم العلم: ٢٤٤-٢٤٦.

ناقص والوصف المحدد: ٢٥١.

رواقيون: ١٣، الفصل ٣.

(ز)

زينون الإيلي والشرطيات: ٤٢.

(س)

ساكيرى: ١١١-١١٢.

ستلبو الميغاري: ٤٠.

سلب: ٣٠، ١٢٤، ١٥٦، ١٨٩-١٩١.

سكستوس أميريكس: ٤١.

سور: (أرسطو) ٣٠، ٣٧، ٣٨، (فريجة) ١٣٧-١٣٨، ١٤٥-١٤٦.

سور جزئي: ١٤٥، ١٥٥، ٢٢٨.

سور كلي: ١٤٥، ١٥٥، ٢٢٨.

(س)

شرويدر: ١٤، ٢٠، ١٠٧، ١٠٨-٢٥٤، ٢٦٧.

شيفر: ٤٨، ١٧٩، ٢١٢.

(ص)

صنف سالب: ٨٢.

صنف شامل: ٨١.

صنف فارغ: ٨١.

تصور الصنف: ٢٥٦.

صنف ودالة القضية: ٢٥٥-٢٥٦.

صنف والرمز الناقص: ٢٥٦-٢٥٨.

(ض)

ضرب منطقي: (بول) ٥٨، ٨٣، (بيانو) ١٢٨، (برنكيبيا) ٢٥٩-٢٦١.

ضرب نسبي: (بيرس) ١٠٤، (رسل) ٢٦٩.

(ط)

طرح منطقی: (بول) ۸۵، (جیفونز) ۹۴.

(ع)

عالم المقال: (دی مورجان): ۸۱.

عدد أصم: ۱۱۶-۱۱۷.

عدد طبیعی: ۱۱۵.

عدد مرکب: ۱۱۶-۱۱۷.

عدد منطوق: ۱۱۶-۱۱۷.

عدم اتساق: ۱۷۸، ۲۱۲-۲۱۳.

عقل حاسب: ۹۳-۹۴.

علاقة، (تعریف): (بیرس) ۱۰۳، ۲۶۶-۲۶۷، (برنکیا) ۲۶۷-۲۶۸،

(أنواع): (بیرس) ۲۰۵-۱۰۷، (رسل) ۲۷۰-۲۷۳.

(تصورات): (رسل): ۲۶۸-۲۶۹.

علاقة عكسية: ۷۱-۷۳.

(ف)

فايلاتی: ۱۱۹.

فتجشتين: ۱۶۸، ۱۷۹-۱۸۰، ۱۸۷، ۱۹۹-۲۰۰، ۲۲۰.

فريجة ۱۴، ۱۱۱، ۱۲۲-۱۲۳، الفصل ۱۰-۱۲، ۲۳۳-۲۵۴-۲۵۵.

فصل منطقی: ۴۶، ۸۴، ۱۲۴، ۱۸۸-۱۹۰.

فن ۴۶.

فيلون الميغاري: ٤٠، ٤٣-٥.

فييت ٣٤.

(ق)

قانون الترابط للجمع ٦٠، ١٠٥، ٢١٥.

تبادل المواضع للضرب والجمع ٢٢٧-٢١٨.

التوزيع ١٠٥، ٢١٨.

الامتصاص ٢١٦.

الثالث المرفوع وعدم التناقض ٢١٥.

قانونا دي مورجان: ٧٣-٧٤.

قسمة جبرية: ٨٤-٩٤.

قوانين جبر الأصناف: (بول) ٨٥-٨٦، (بيرس) ٩٩-١٠٠، (برنكيبيا) ٢٥٨-٢٦٣.

قوانين العلاقات: (بيرس) ١٠٥.

قوانين المنطق التقليدي الكاذبة ١٩٧-١٩٨.

قوانين الفكر وقواعد اللغة ٢٠١-٢٠٦.

قائمة الصدق: (فيلون) ٤٤، ٢٢٠-٢٢٣.

قضية (تعريف): عند رسل ١٨١-١٨٢، أنواعها: ١٨٣-١٨٤.

أولية: ٣٦، (ليبنتز) ٦٠، (باش) ١١٤، (بيانو) ١٢٩، (فريجة) ١٥٩، (رسل) ٢١٣-٩.

بسيطة: ٢٢-٣٠.

تحليلية: ١٩٨-٢٠١.

حملية تقليدية: (ليبنتز) ٥٥-٥٦، (دى مورجان) ٦٩، (بول) ٨٦، (سيرس) ٩٦.

١٠٦، (فريجة) ١٤٢-١٤٣، (رسل) ٢٣١-٢٣٢.

قضية ذرية: (رسل) ١٨٣-١٨٨.

شخصية أو حملية فى المنطق الرمزي: ١٢٥-١٢٧، ١٣٠، ١٤٢، ١٤٣، ١٨٤ -

١٨٨، ٢٣٥-٢٣٦.

شرطية: ٤٣-٤٦.

كلية (عامة) بيانو ١٢٥-١٢٧، فريجة ١٤٤-١٤٦، رسل ١٩٥-١٩٨.

مركبة: ٢٢، ٣٠، (الرواقيون) ٤٦، فريجة ١٥٦، رسل ١٨٨-١٩٥.

منطقية: ١٨٢، ١٩٨-٢٠١.

هوية: ١٤١-١٤٣.

وجودية: (أرسطو) ٢٢٦، (فريجة) ١٤٦-١٤٧، (رسل) ٢٣٢-٢٣٥.

القضية والدالة: ١٥٠-١٥١.

قيمة الدالة لحجة ما: ١٤٩-١٥١.

قيمة المتغير: ٢١، ١٨٩.

قيمة الصدق: ١٤٩-١٥٠، ١٦٦.

قياس أرسطى: ٢٨، ٣٢-٣، بيانو: ١٣٠-١٣١، رسل: ٢١٦-٢١٨.

(ك)

كانتور: ١١٦، ١٣٣.

كرونس، ديودودس: ٣٩.

كريسيبوس الرواقى: ٤٠، ٤٥-٥٠.

كواين ١٤!

كوشى: ١١٦.

(ل)

لوجستيقا (علم): ١٩.

(اتجاه): ١١٢، ١٣٣.

لوكباشيفتش: ١٤، ٣٥-٣٨، ١١٢، ١٢٣، ٢٠٠، ٢٢٠.

(م)

مبادىء: ٢٣، ٣١.

مبدأ الإضافة (حساب القضايا) ٢١٦.

التبسيط (حساب القضايا) ٢١٨.

مجال قيم الدالة: ٢٢٧.

مساواة (أصناف) ٨٢.

مصادرات (إقليدس) ٢٣.

مفارقات: ٢٥٣.

مصطلح رمزى: (دى مورجان) ٦٨-٦٩، (بيانو) ١٢٠، ١٢٣-١٢٤، ١٣٢، (فريجة)

١٥٤-١٥٦، ١٨٩.

منطق تقليدى ٤١.

موضوع منطقى: ٢٤٠، ٢٤٨.

ميغارية: الفصل ٣.

مينونج: ١٧٨-٢٣٩-٢٤٢.

(ن)

نسق استنباطي: ٢٢-٢٥، (أرسطو) ٣٠، ٣٣-٣٧، ١٥٣، (الرواقيون) ٤٧-٥١، (لبينتز)

٥٩-٦٢، (بيانو) ١٢٤، ١٢٨، (فريجة) ١٥٦-١٦٠، الفصل ٨.

نظريات أرسطو المنطقية: ٣٢.

الأصناف ٣٨.

كم المحمول ٦٨، ٨٠.

العلاقات: (دي مورجان) الفصل ٥، (بيرس) ١٠٣-١٠٧، (برنكيا) الفصل ١٨.

الأنماط المنطقية: ١٧٨، ٢٥٣.

المتغيرات الظاهرية: ٢٢٦.

المواضعة المنطقية: ٢٠٠-٢٠٧.

الوصف: ١٧٨، الفصل ١٦.

نقض المحمول: ٢٩.

نيكود: ١٧٩، ٢٢٣.

(هـ)

هاملتون، روان: ٧٩.

هاملتون، وليم: ٦٨، ٧٩.

هلبيرت: ١٤، ١١٩، ١٢٣.

هنتنجتن: ٢٥٤، ٢٦١-٢٦٢.

هندسة إقليدية: ٢٢-٢٤، ٣٠، ١١٢-١١٣.

لا إقليدية: ١١٢-١١٤.

هويه ٢٥ . ٥٥ . ٧ - ٧١ .

(و)

وايتهد: ١٤ ، الفصل ١٣-١٨ .

وجود منطقي: ٢٤٠ ، ٢٤٨ .

ودالة القضية: ٢٤٢ ، ٢٤٨ .

وصف محدد: ١٦٩ - ١٧٠ .

وقائع: ١٨١

(ى)

يوبوليدس ٣٩ .

يودوكسس ٢٩ .

ترجمة أهم المصطلحات المنطقية الواردة بالكتاب

Algebra of classes	جبر الأصناف
Analysis	تحليل (فى الرياضه)
Arithmetisation of analysis	تحسيب التحليل
Assertion	تقرير
Axiom	مبدأ أو قضية
Axiomatic	نسق استنباطى
Calculus	حساب منطقى
Of classes	حساب الأصناف (نظرية)
Of predicate	حساب المحمول (نظرية)
Of proposition	حساب القضايا (نظرية)
Of relation	حساب العلاقات (نظرية)
Class	صنف
- concept	تصور الصنف
complementary –	صنف سالب
null–	صنف فارغ
universe–	صنف شامل
Common notions	أفكار عامة (أقليس)
Conditionals	القضايا الشرطية
Conjunction	ربط (بين القضايا)
Content	محتوى (القضية)
Constant	ثابت منطقى
Conventionalism	المواضعة (نظرية)
Conversion	عكس (فى تقابل القضايا، والعلاقات)

Deduction	استنباط
Definition	تعريف
By extension	تعريف بالماصدق
By intension	تعريف بالمفهوم
Disjunction	فصل (بين القضايا)
Equivalence	تكافؤ (بين القضايا)
Function	دالة (في الرياضه)
Argument of a -	حجة الدالة
Conjunctive -	دالة الربط
Contradictory -	دالة التناقض
Disjunctive -	دالة الفصل
Equivalent	دالة انتكافؤ
Implicative -	دالة التضمن
Prepositional -	دالة القضية
Range of value of a -	مجال قيمة الدالة
Truth -	دالة الصدق
Grammatical subject	الموضوع بحسب موضعه من القضية
Identity	هوية أو مساواة (في الأصناف)
Implication	تضمن (بين القضايا)
Inclusion	احتواء (في الأصناف)
Incompatibility	عدم اتساق (بين القضايا)
Inference	استدلال
Law of absorption	قانون الامتصاص
Association for addition	قانون الترابط للجمع
Association for product	قانون الترابط للضرب
Commutation for sum	قانون تبادل المواضع للجمع
Commutation for product	قانون تبادل المواضع للضرب

Distribution	قانون التوزيع
Permutation	قانون تبادل المواضع
Logical division	القسمة الجبرية
Paradoxes	المفارقات المنطقية
Product	الضرب المنطقي
Substraction	الطرح المنطقي
Subject	الموضوع المنطقي
Sum	الجمع المنطقي
Types	الأنماط المنطقية (نظرية)
Logistic	المنطق الرمزي، اتجاه رد الرياضة إلى المنطق
Modus ponens	القياس الشرطي المتصل في صورة إثبات التالي
Modus tollens	القياس الشرطي في صورة نفي المقدم
Naming	فعل التسمية
Negation	السلب أو التناقض
Non-structural words	ألفاظ غير بنائية
Notation	المصطلح الرمزي
Number	عدد
Cardinal	عدد أصلي
Complex	عدد مركب أو خيالي
Irrational	عدد أصم
Natural	عدد طبيعي
Ordinal	عدد تريبيعي
Rational	عدد منطوق
Obversion	نقض المحمول
Postulate	مصادرة أو قضية أولية

Predication	حمل
Principle of summation	مبدأ الإضافة
Simplification	مبدأ التبسيط
Proposition	قضية
Analytic	قضية تحليلية
Atomic	قضية ذرية
Categorical	قضية حملية (المنطق التقليدي)
Compound	قضية مركبة
Disjunctive	قضية شرطية منفصلة
Existential	قضية وجودية
General or universal	قضية عامة أو كلية
Hypothetical	قضية شرطية متصلة
Relational	قضية علاقة
Identity	قضية هوية
Singular	قضية شخصية
Subject-predicate	قضية حملية (المنطق الرمزي)
Quantifier	سور
Existential	سور وجودي أو جزئي
Universal	سور كلي
Quantification	تسوير (القضايا)
Reductio ad absurdum	برهان الخلف
Impossible	برهان الاستحالة
Reference	إشارة
Relation	علاقة
Monadic	علاقة واحدة
Dual or dyadic	علاقة ثنائية
Triple or traidic	علاقة ثلاثية

Quadruple or tetradic	علاقة رباعية
Symmetrical	علاقة تماثلية
Asymmetrical	علاقة لا تماثلية
Transitive	علاقة متعدية
Intransitive	علاقة لازمة
Relative	حد علاقى (دى مورجان وييرس)
Relative product	الضرب النسبى
Sum	الجمع النسبى
Rules of inference	قواعد الاستدلال
Rules of substitution	قاعدة التعويض
Sense	معنى
Structural words	ألفاظ بنائية
Tautology	تحصيل حاصل
Theory of Descriptions	النظرية الوصفية (رسل)
Transposition	عكس النقيض
Truth – table	قائمة المصدق
Value	قيمة المصدق
Universe of discourse	عالم المقال (فى الأصناف)
Variable	متغير
Value of	قيمة المتغير

أهم مراجع البحث

- 1 Ambrose, Allice (Essays in Analysis, London, 1966).
- 2 Anscombe, G E. M., An Introduction to Wittgenstein's Tractatus, London, 1959.
- 3 and Geach, P., Three Philosophers: Aristotle, Aquinas, Frege, Oxford, 1961.
4. Aristotle, Categoriae, De interpretatione. Analytica Priora, Analytica Posteriora, Metaphysica, in The Works of Aristotle, translated into English by J. A. Smith & W.D: Ross, Vols. I, VIII, London, 1928.
- 5 Barker, S., Philosophy of Mathematics, Printice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.
6. Basson, A. H., & O'Connor, D. J., Introduction to Symbolic Logic, London. 1959.
- 7 Black, M , The Nature of Mathematics, London, 1933.
- 8 Black, M., Problems of Analysis, London, 1954.
- 9 Blanche, R., L'Axiomatique, trans. Into English by G. B. Keene, London, 1962.
10. Buchler, J., Charles Peirce's Empiricism, London, 1939.
11. Buchler, J., The Philosophy of Peirce , London, 1940.
12. Copi, I. M., Symbolic Logic, Macmillan, N. Y., 8th, print, 1962

13. Frege, G.,. Translations from the Philosophical works of Frege, by Geach and Black, Oxford, 1960.
14., The Thought: A Logical Inquiry, trans-into English by Quinton, Mid, vol. 65, 1956.
15. Geach, P., Reference and Generality: An Examination of Some medieval and Modern Theories, N. Y., 1962.
16., What actually exists? P. A. S. S. 1968.
17. Honderich. T., On The Theory of Descriptions, P. A. S., London, 1969.
18. Hull, L. W. H., History and philosophy of Science, London, 1959.
19. Jevons, S., Elementary Lessons in Logic, London, 1870.
20. Kneale, W., Are Necessary Truths True by Convention? P. A. S. S., 1947.
21., Are Frege and Mathematical Logic, in The Revolution in Philosophy, London, 1956.
22., and Kneale, M., The Development of Logic, London, 1964.
23. Lewis, C. I., A Survey of Symbolic Logic, N. Y., 1960.
24. Lukasiewicz, J., Aristotle's Syllogistic, From the standpoint of Modern Formal Logic, 2nd ed. Enlarged, London 1957.
25. Mitchell, D., An Introduction to Logic, London, 1964.
26. Nidditch, P. H. The Development of Mathematical Logic. London, 1962.

- 27 Passmore, J., *A Hundred Years of Philosophy*, London, 1966
28. Pears. D. f., *Is Existence a Predicate*, reprinted in *Philosophical Logic*, ed. Strawson, London, 1967.
29. Prior, A. N., *Formal Logic*, London, 1962.
30. Quine, W. V., *Truth by Convention*; repr. In *Readings in Philosophical Analysis*, ed. Feigl & Sellars, N. Y., 1949.
31., *Methods of Logic*, London, 1958.
32. *From A Logical Point of View*, Massachusetts, 1961.
- 33 Quinton, A., *The Apriori and The Analytic*, P. A. S., 1963.
34. Ross, W. D., *Aristotle*, London, 1949.
35. Runes, D. D., *The Dictionary of Philosophy*, London, 1945 (esp. articles on Logic by A. Church).
36. Russel. B., *A Critical Exposition of The Philosophy of Leibniz*, London, 1937
- 37, *The Principles of Mathematics*, 2nd. London, 1937.
38. ... and Whitehead, *Principia Mathematica*, Vol. I, 2nd. Ed 1927, new ed., Cambridge, 1962.
39. ..., *Our Knowledge of the External World, ad a field for Scientific Method in Philosophy*. London, 1914.
40. , *Mysticism and Logic*, London, 1918.
- 41- .. *Introduction to Mathematical Philosophy*. London, 1920.

42. Logic and Knowledge, Essays 1901 – 1950, ed. Marsh, London, 1956.
43., My Philosophical Development, London, 1959.
44., The Philosophy of B. Russell, 2 vols., ed. Schlipp, N.Y. 1944.
45. Ryle, G., Dilemmas, London, 1945.
46. Sloman, A., Explaining Logical Necessity, P.A.S. 1968.
47. Stebbing, L.S., A Modern Introduction to Logic, london, 1950.
48. Strawson, P.F., On Referring, Mind., 1950.
49., Introduction to Logical Theory, London, 1952.
50., Singular Terms and Predication, Journal of Philosophy, 1961.
51. Tarski, A., Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences, trans. Into English by Helmer, N.Y. 1946.
52. Valberg, J., Improper Singular Terms, P.A.S., 1971.
53. Wittgenstein, L., Tractatus Logico – Philosophicus, London, 1922.
- 54-, Philosophical Investigations, Oxford, 1958.

٥٥- إبراهيم بيومي مذكور: في اللغة والأدب، القاهرة، ١٩٧١.

٥٦- زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، ج١، القاهرة، ١٩٥١.

٥٧- عثمان أمين: الفلسفة الرواقية، القاهرة، ١٩٤٥.

٥٨- عبد الرحمن بدوي: المنطق الصوري والحديث، القاهرة، ١٩٦٣.

٥٩- مناهج البحث العلمي، القاهرة ١٩٤٤.

٦٠- محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، بيروت، ١٩٦٩.

وقد ظهر كتاب "أصول المنطق الرياضي" للأستاذ الدكتور محمد ثابت

الفندي بعد انتهائي من إعداد كتابي هذا فلم أتمكن من الإفادة منه.

السيرة الذاتية للمؤلف

الأسم: محمود فهمى زيدان.

تاريخ ومحل الميلاد: ٧ - ٨ - ١٩٢٧م الزقازيق.

الوظيفة: أستاذ متفرغ بقسم الفلسفة كلية الآداب.

التخصص العام: الفلسفة الحديثة والمعاصرة.

المؤهلات العلمية


- ١- ليسانس الآداب قسم الفلسفة جامعة القاهرة (١٩٥١م).
- ٢- ماجستير فى الآداب قسم الفلسفة جامعة القاهرة (١٩٥٦م).
- ٣- دبلوم عام فى التربية جامعة عين شمس (١٩٥٦م).
- ٤- ماجستير فى الفلسفة جامعة ديكن Mlitt أيرلندا (١٩٦٠م).
- ٥- دكتوراه فى الفلسفة من جامعة لندن ph. D (١٩٦٤م).

تم بحمد الله

مع تحيات

دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر

تليفاكس: ٥٢٧٤٤٣٨ - الإسكندرية

 Bibliotheca Alexandrina



0750203